

VWA Köln

BWL-Repetitorium 2006

Dozent: Dr. Peter von Hinten

e-mail: pvhinten@t-online.de

Dr. Peter von Hinten

September 2006

VWA-Examen 2006

Repetitorium Betriebswirtschaftslehre

Für die von mir in der Klausur in Betriebswirtschaftslehre gestellten Aufgaben sind die folgenden Vorlesungen relevant:

1. Investitionsplanung und Investitionsrechnung (WS 05/06)
2. Geld- und Kapitalwirtschaft (SS 05)
3. Unternehmensfinanzierung (SS 06)

Neben diesen Gebieten sind zusätzlich nur für die mündliche Prüfung die folgenden Themengebiete relevant:

4. Produktionswirtschaft (SS 06)
5. Bilanz und Erfolgsrechnung
6. Kosten- und Leistungsrechnung

Dr. Peter von Hinten

September 2006

VWA-Examen 2006

Repetitorium Betriebswirtschaftslehre

Auf den folgenden Folien sind die Stoffgebiete dargestellt, die für die von mir in der Klausur in Betriebswirtschaftslehre gestellten Aufgaben relevant sind.

Im Repetitorium werden vorrangig die Lösungen der Übungsaufgaben erarbeitet; nicht aber der Stoff noch einmal erklärt. Voraussetzung ist natürlich, dass die Teilnehmer des Repetitoriums den Stoff durchgearbeitet haben und beherrschen.

© Dr. Peter von Hinten

2

A: Investition

1. Kapitalwert
2. Interner Zinsfuß
3. Kapitalbudgetierung

B: Geld- und Kapitalwirtschaft

1. Marktwert und Marktgleichgewicht
 - 1.1. Marktwert von sicheren Zahlungsströmen
 - 1.2. Marktwert von unsicheren Zahlungsströme
 - Indirekte Bewertung (Arbitrage-theorie)
2. Finanzierung bei unvollkommenen Märkten
 - Verhaltensunsicherheit:
Unterinvestition und Risikoanreizproblem

C: Unternehmensfinanzierung

- Beteiligungsfinanzierung nicht emissionsfähiger Unternehmen

© Dr. Peter von Hinten

3

A: 1. Kapitalwert

Annahmen:

- die Zahlungsreihe der Investition ist gegeben,
- der Kalkulationszinsfuß ist gegeben (z.B: $i = 0,10 = 10\%$),
- **Sollzinssatz = Habenzinssatz**

Vorteilhaftigkeit der Investition hängt nicht von der Art der Finanzierung ab;

Investitions- und Finanzierungsentscheidungen können voneinander getrennt werden.

Kapitalwert V_0

$$V_0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot q^{-t} - A_0 = \sum_{t=0}^T a_t \cdot q^{-t}$$

- Den Kapitalwert einer Zahlungsreihe erhält man, wenn man alle Zahlungen der Investition auf den Zeitpunkt $t=0$ abzinst und addiert.
- Der Kapitalwert ist der Gegenwartswert der Zahlungsreihe der Investition. Er gibt die gegenwärtige Vermögensmehrung an, die der Investor bei Durchführung des Investitionsprojektes gegenüber der Alternativenanlage am Kapitalmarkt erzielt.
- Der Kapitalwert gibt einen Überschuss an, der in t_0 entnommen werden kann.

Beim Kapitalwert bezieht man alle Zahlungen aus der Investition auf den Zeitpunkt $t = 0$.

Investitionsprojekt A:

t	0	1	2	3	4
a_t	-1200	368	440	398	456
Kredit	334,55	← -368			
Kredit	363,64	←	- 440		
Kredit	299,02	←		- 398	
Kredit	311,45	←			- 456
Summe	108,66	0	0	0	0

Alternativanlage:

t	0	1	2	3	4
a_t	- 1200	120	120	120	1320
Kredit	109,09	- 120			
Kredit	99,17		- 120		
Kredit	90,16			- 120	
Kredit	901,58				- 1320
Summe	0	0	0	0	0

Kapitalwert der Alternativanlage ist Null.

Einfache Berechnung des Kapitalwerts:

Investitionsprojekt A:

t	Wert in t	Wert in t-1
t = 4	456,00	$456,00 : 1,1 = 414,55$
t = 3	$398,00 + 414,55 = 812,55$	$812,55 : 1,1 = 738,68$
t = 2	$440,00 + 738,68 = 1178,68$	$1178,68 : 1,1 = 1071,53$
t = 1	$368,00 + 1071,53 = 1439,53$	$1439,53 : 1,1 = 1308,66$
t = 0	$1308,66 - 1200,00 = 108,66$	

Entscheidungsregeln:

➤ Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt

Handlungsalternativen:

- Durchführung des Projekts
- Nichtdurchführung (Unterlassung) des Projekts;
dies ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, die
Alternativanlage zu realisieren.

Die Investition lohnt sich genau dann:

◆ wenn der Kapitalwert positiv ist.

$$V_0 > 0$$

➤ **Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte**

- Investition A: { -1200; 368; 440; 398; 456 }
- Investition B: { -1500; 440; 508; 660; 580 }

	Projekt A	Projekt B
Kapitalwert	108,66	211,85

Entscheidungsregel:

- Realisiere das Investitionsprojekt, für das der Kapitalwert maximal ist.

Einbeziehung von Steuern

Notwendigkeit der Einbeziehung von Steuern

- Finanzwirtschaftliche Dispositionen, insbesondere Investitionsentscheidungen, verändern die Steuerlast der Unternehmung.
- Für die Beurteilung von Investitionen folgt daraus, dass man die aus der Investition resultierende Veränderung der Steuerlast ermitteln muss und die Steuerzahlungen in der Investitionsrechnung erfassen muss.
- Durch die Besteuerung wird auch die Zahlungsreihe der Alternativenanlage beeinflusst. Da die Alternativenanlage im Kalkulationszinsfuß erfaßt wird, muß dieser bei der Einbeziehung von Steuern um die Steuerwirkung korrigiert werden.

Die Einbeziehung von Steuern erfordert die Lösung von zwei Problemen:

- a) Korrektur der Zahlungsreihe der Investition um die Steuerzahlungen**
- b) Korrektur des Kalkulationszinsfußes um die Steuerwirkung**

a) Korrektur der Zahlungsreihe um die Steuerzahlungen

- Die Korrektur der Zahlungsreihe um die Steuern erfordert die Erfassung der Veränderung der Steuerbemessungsgrundlagen durch die Investition.
Bei den Ertragsteuern ist der sog. Reinertrag, d.h. der Gewinn vor Steuern, die Bemessungsgrundlage.
- Der Gewinn ist definiert als Differenz von Ertrag und Aufwand der Periode.
In der Investitionsrechnung werden aber Einzahlungen und Auszahlungen betrachtet.
- Es muß also eine Verbindung zwischen den Zahlungen aus der Investition und den Bemessungsgrundlagen hergestellt werden.

b) Korrektur des Kalkulationszinsfußes

- Der Kalkulationszinsfuß gibt die Kapitalkosten an, d. h. erforderliche Mindestverzinsung, die die Investition erbringen muss.
- Da die Zahlungsreihe der Investition um die Steuerzahlungen vermindert wurde, wird ein Ergebnis nach Steuern betrachtet. Folglich muß auch die Mindestverzinsung nach Steuern ermittelt werden.
Der Kalkulationszinsfuß ist um die Steuerwirkungen zu korrigieren.
- Beim Einsatz von Eigenkapital bedeutet dies, dass die Alternativverzinsung nach Steuern ermittelt werden muss. Beim Einsatz von Fremdkapital muss die Effektivverzinsung nach Steuern ermittelt werden.

Kapitalwert und gewinnabhängige Steuern

Annahmen:

- Reine Eigenfinanzierung
- proportionale Gewinnsteuer mit dem Steuersatz s
- Steuerbemessungsgrundlage ist der Gewinn vor Steuern (R_t).
Der Reinertrag (R_t) wird definiert als Differenz von Einzahlungsüberschuß und Abschreibung der Periode
 $R_t = a_t - AfA_t$ Es gilt: $\sum_t AfA_t = A_0$
- Die alternative Finanzanlage unterliegt der gleichen Besteuerung wie die betrachtete Investition;
damit ergibt sich der Kalkulationszinsfuß $i_s = i(1 - s)$
und $q_s = 1 + i_s = 1 + i(1 - s)$

Den Kapitalwert nach Steuern erhält man aus:

$$\begin{aligned}
 V_0^s &= \sum_{t=1}^T (a_t - s \cdot R_t) \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \sum_{t=1}^T [a_t - s \cdot (a_t - AfA_t)] \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \sum_{t=1}^T [(1-s) \cdot a_t + s \cdot AfA_t] \cdot q_s^{-t} - A_0 \\
 &= \underbrace{\sum_{t=1}^T (1-s) \cdot a_t \cdot q_s^{-t}}_{\text{Barwert der EZÜ nach Steuern}} - A_0 + \underbrace{\sum_{t=1}^T s \cdot AfA_t \cdot q_s^{-t}}_{\text{Barwert der Steuerersparnisse durch Abschreibungsverrechnung}}
 \end{aligned}$$

Barwert der EZÜ
nach Steuern

Barwert der Steuerersparnisse
durch Abschreibungsverrechnung

Es kann zu dem Ergebnis kommen, dass $V_0^s > V_0$

⇒ **Steuerparadoxon**

Beispiel: I { - 100; 50; 84 }

bei $i = 0,2$ ist $V_0 = 0$

Steuersatz $s = 0,5$

$i_s = 0,1$

t	0	1	2
a_t	- 100	50	84
AfA_t		50	50
R_t		0	34
$s R_t$		0	17
EZÜ n. St.	- 100	50	67

$$V_0^s = 0,826 >$$

$$V_0 = 0$$

Erklärung durch Betrachtung der alternative Finanzanlage:

Die Finanzanlage wird so konstruiert, daß die Zahlungsreihen vor Steuern aus Finanzanlage und Investition äquivalent sind.

Dies bedeutet:

- Anlage von 30 für eine Periode zum Zinssatz von 20 % (A_1)
- Anlage von 70 für zwei Perioden zum Zinssatz von 20 % (A_2)

Finanzanlage

t	0	1	2
A_1	-30	36	0
A_2	-70	14	84
a_t	- 100	50	84
Zinsen = R_t		20	14
s R_t		10	7
EZÜ n. St.	- 100	40	77

Berechnet man den Kapitalwert nach Steuern, so erhält man:

$$V_0^s = 0 = V_0 = 0$$

Ergebnis:

- Durch die AfA-Verrechnung erhält man bei der Sachanlage einen zinslosen Steuerkredit von 10 für eine Periode gegenüber der Finanzanlage.
- Im Zeitpunkt t_2 ist dieser Kredit dann zurückzuzahlen (Steuerzahlung 17 bei SA gegenüber 7 bei FA).
- Dieser zinslose Steuerkredit hat einen Barwert von 0,826, der sich als Differenz der Barwerte der Steuerzahlungen bei der Sachanlage und der Finanzanlage ergibt.

Barwert der Steuerzahlungen

t	1	2	Summe
Steuer FA	10	7	17
Barwert	9,091	5,785	14,876
Steuer SA	0	17	17
Barwert	0	14,050	14,050
Differenz	9,091	- 8,265	0,826

Das Ergebnis, dass der Kapitalwert nach Steuern höher sein kann als der Kapitalwert vor Steuern, kommt durch zwei Effekte zustande:

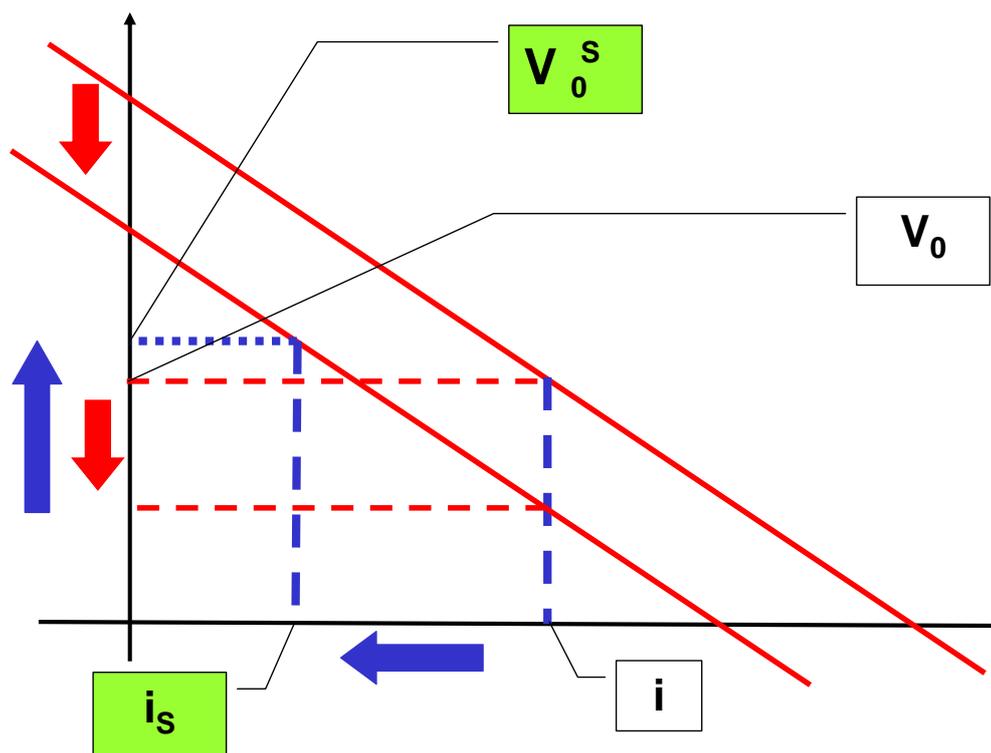
$$V_0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot \frac{1}{q_t} - A_0$$

$$V_0^s = \sum_{t=1}^T [(1-s) \cdot a_t + s \cdot AfA_t] \cdot \frac{1}{q_s} - A_0$$

Volumeneffekt:

Zahlungsreihe nach Steuern \leq Zahlungsreihe vor Steuern
 Kapitalwert sinkt

Zinseffekt: Zinssatz sinkt, Kapitalwert steigt



Im Zahlenbeispiel führt der Volumeneffekt dazu, daß der Kapitalwert um 11,806 sinkt.

t	0	1	2
EZÜ n. St.	- 100	50	67

- Bei $i = 0,2$ ergibt sich ein Kapitalwert von - 11,806.
- Vermindert man den Kalkulationszinsfuß auf $i_s = 0,1$, so steigt dadurch der Kapitalwert um 12,632. Dies ist der Zinseffekt.
- Im Beispiel ist also der Zinseffekt größer als der Volumeneffekt.
- Das Ergebnis ist folglich, daß der Kapitalwert nach Steuern höher ist als der Kapitalwert vor Steuern.

Einfluß der AfA auf den Kapitalwert nach Steuern:

t	0	1	2
a_t	- 100	50	84
AfA_t		40	60
R_t		10	24
$s R_t$		5	12
EZÜ n. St.	- 100	45	72

Kapitalwert nach
 Steuern = 0,413

t	0	1	2
a_t	- 100	50	84
AfA_t		50	50
R_t		0	34
$s R_t$		0	17
EZÜ n. St.	- 100	50	67

Kapitalwert nach
 Steuern = 0,826

Ergebnis:

- Der Barwert der Steuerersparnisse aus der AfA-Verrechnung wird um so größer, je früher die Abschreibungen verrechnet werden, d. h. der AfA-Aufwand nach vorne verlagert wird.
- Konsequenz:
Das Abschreibungsverfahren beeinflusst die Höhe des Kapitalwerts nach Steuern.

A: 2. Interner Zinsfuß als Beurteilungskriterium

Definition des internen Zinsfußes:

Der interne Zinsfuß (i^*) einer Zahlungsreihe ist derjenige Zinssatz, bei dessen Verwendung als Kalkulationszinssfuß der Kapitalwert = 0 wird.

$$V_0 = 0 = \sum_{t=1}^T a_t \cdot (1+i^*)^{-t} - A_0$$

Für das Investitionsprojekt A ergibt sich:

Zeit t	EZÜ a _t	$q^t = (1+i^*)^t$ 1,140	1/q ^t	Barwert EZÜ
0	-1200	1,00000	1,000000	-1200,00
1	368	1,14000	0,877193	322,81
2	440	1,29960	0,769468	338,57
3	398	1,48154	0,674972	268,64
4	456	1,68896	0,592080	269,99
Summe	462	Kapitalwert		0,0000
i*		0,140		

Erklärung des internen Zinsfußes:

- Der interne Zinsfuß gibt die Verzinsung an, die auf das jeweils im Investitionsprojekt gebundene Kapital erzielt wird.

Annahmen:

Kapitalbindung im Zeitpunkt t: $KB_t = KB_{t-1} - S_{t-1}$

Zinszahlung in t: $Z_t = KB_t \cdot i^*$

Tilgung im Zeitpunkt t: $S_t = a_t - Z_t$

Für das Investitionsprojekt A gilt:

t	a_t	KB_t	Z_t	S_t
0	- 1200			
1	368	1200	168	200
2	440	1000	140	300
3	398	700	98	300
4	456	400	56	400
Summe	462		462	1200

Der interne Zinsfuß kann als „kritischer Wert“ aufgefasst werden:

- Bei Fremdfinanzierung gibt der interne Zinsfuß den maximalen Sollzinssatz des Kredits an, den das fremdfinanzierte Investitionsprojekt gerade noch tragen kann, ohne dass es unvorteilhaft wird.
- Bei Eigenfinanzierung gibt der interne Zinsfuß den Anlagezinssatz an, den die Alternativenanlage maximal erzielen darf, ohne dass das Investitionsprojekt unvorteilhaft wird.

Kapitalwertfunktion:

**Zusammenhang zwischen Kalkulationszinsfuß
und Kapitalwert.**

Annahmen:

$$\left. \begin{array}{l} a_0 < 0 \\ a_t > 0 \quad \text{für } t = 1 \dots T \end{array} \right\} \Longrightarrow \text{Normalinvestition}$$

$$\sum_{t=0}^T a_t > 0$$

Bei Normalinvestition gilt:

$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{a_t}{(1+i)^t} - A_0 \quad \longrightarrow \quad \frac{dV_0}{di} = - \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot a_t}{(1+i)^{t+1}}$$

Da t und a_t positiv sind,
ist die Steigung der Kapitalwertfunktion negativ,
solange $i > -1$ ist.

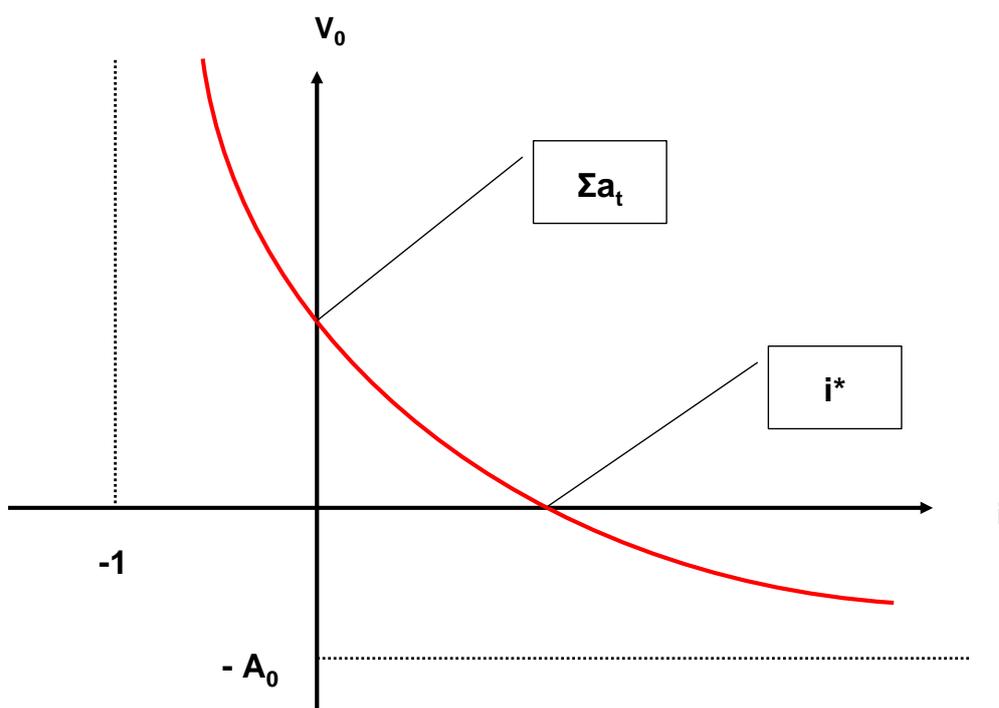
Die Kapitalwertfunktion ist monoton fallend.

$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{a_t}{(1+i)^t} - A_0 \longrightarrow \frac{dV_0}{di} = -\sum_{t=1}^T \frac{t \cdot a_t}{(1+i)^{t+1}}$$

Für $i \rightarrow -1$ geht $(1+i) \rightarrow 0$ und $V_0 \rightarrow \infty$

Für $i = 0$ wird $(1+i) = 1$ und $V_0 = \sum_{t=0}^T a_t$

Für $i \rightarrow \infty$ geht $(1+i) \rightarrow \infty$ und $V_0 \rightarrow -A_0$



Entscheidungsregeln:

➤ Entscheidung über ein einzelnes Investitionsprojekt

Handlungsalternativen:

- Durchführung des Projekts
- Nichtdurchführung (Unterlassung) des Projekts;
dies ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, die
Alternativanlage zu realisieren.

Eine Investition ist immer dann vorteilhaft, wenn der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe größer ist als Kalkulationszinsfuß.

Realisiere das Investitionsprojekt, wenn: $i^* > i$

Entscheidungsregel führt in folgenden Fällen zum gleichen Ergebnis wie das Kapitalwertkriterium:

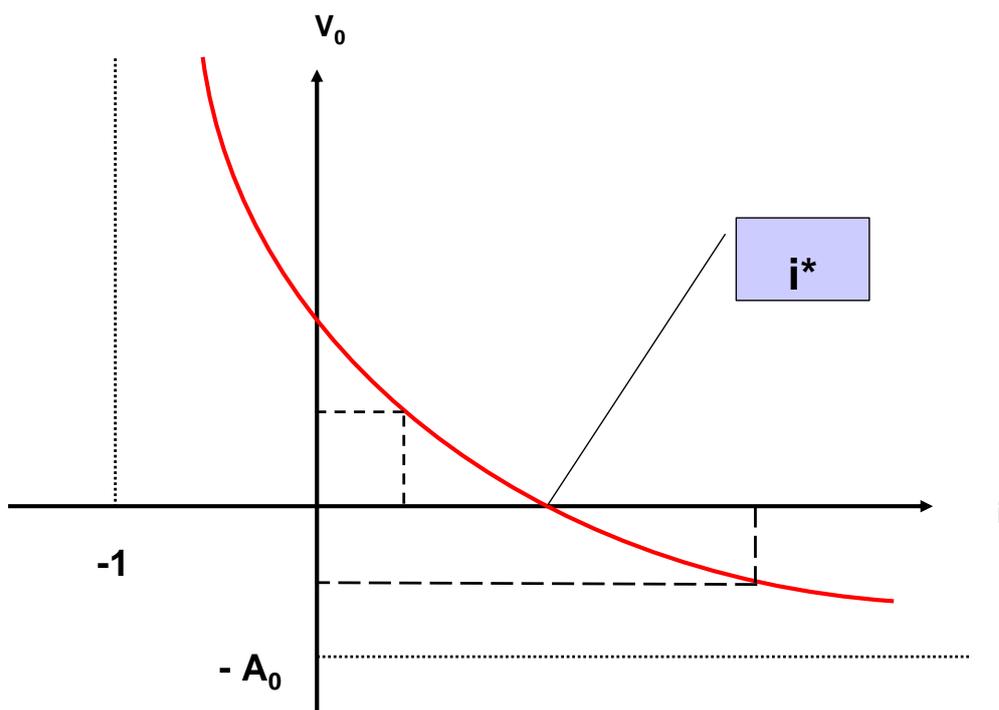
➤ bei Zahlungsreihen mit einem Vorzeichenwechsel und negativen Zahlungen am Anfang

$$a_t < 0 \quad \text{für } t = 0 \dots \bar{t}$$

$$a_t > 0 \quad \text{für } t = \bar{t} + 1 \dots T$$

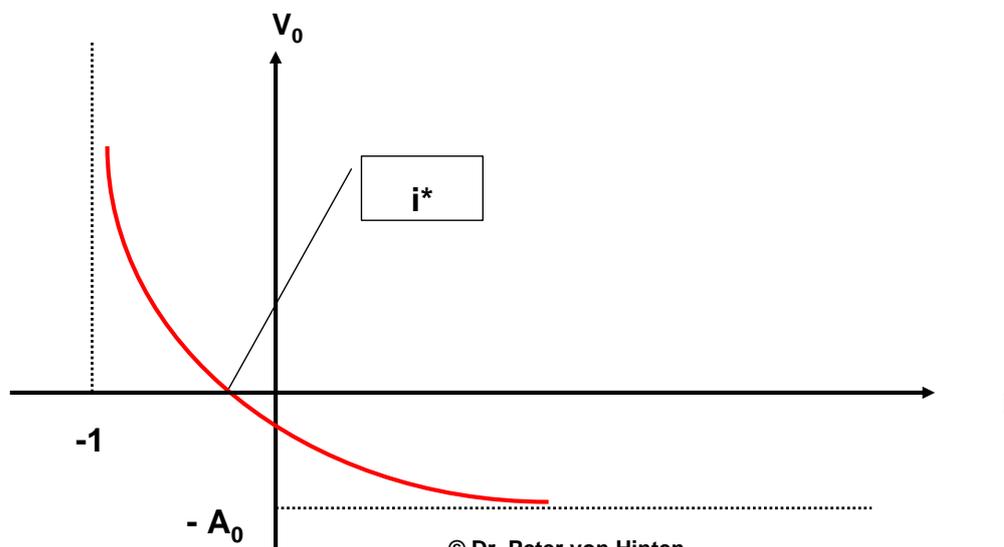
$$\text{Gilt } \sum a_t > 0 \quad \text{dann } i^* > 0$$

$$V_0 > 0, \text{ wenn } i^* > i$$



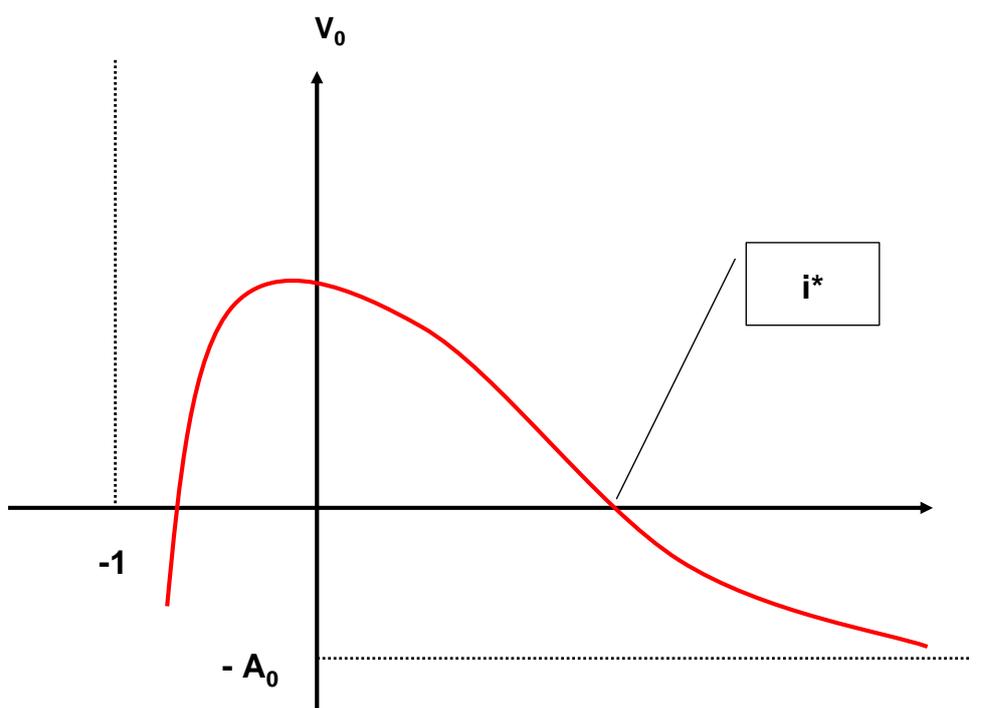
Gilt $\sum a_t < 0$ dann $i^* < 0$

$V_0 < 0$, für alle $i > 0$



➤ bei Zahlungsreihen mit zwei Vorzeichenwechseln,
negativen Zahlungen am Anfang und Erfüllung des
Deckungskriteriums

$$\begin{array}{lll} a_t < 0 & \text{für} & t = 0 \dots \bar{t} \\ a_t > 0 & \text{für} & t = \bar{t} + 1 \dots \hat{t} \\ a_t < 0 & \text{für} & t = \hat{t} + 1 \dots T \end{array} \quad \sum_{t=0}^T a_t > 0$$



Entscheidungsregeln:

➤ Entscheidung über einander ausschließende Investitionsprojekte

Handlungsalternativen:

- Durchführung eines und nur eines der Projekte
- Realisation der Alternativanlage;
dies ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, keines der Projekte zu realisieren.

Zahlenbeispiel:

A	{- 1200; 368; 440; 398; 456}	$i^*_A=0,14$
B	{- 1000; 330; 304; 278; 452}	$i^*_B=0,13$
C	{- 1400; 268; 356; 432; 896}	$i^*_C=0,12$

Intuitive Entscheidungsregel:

Wähle das Projekt mit dem höchsten internen Zinsfuß!

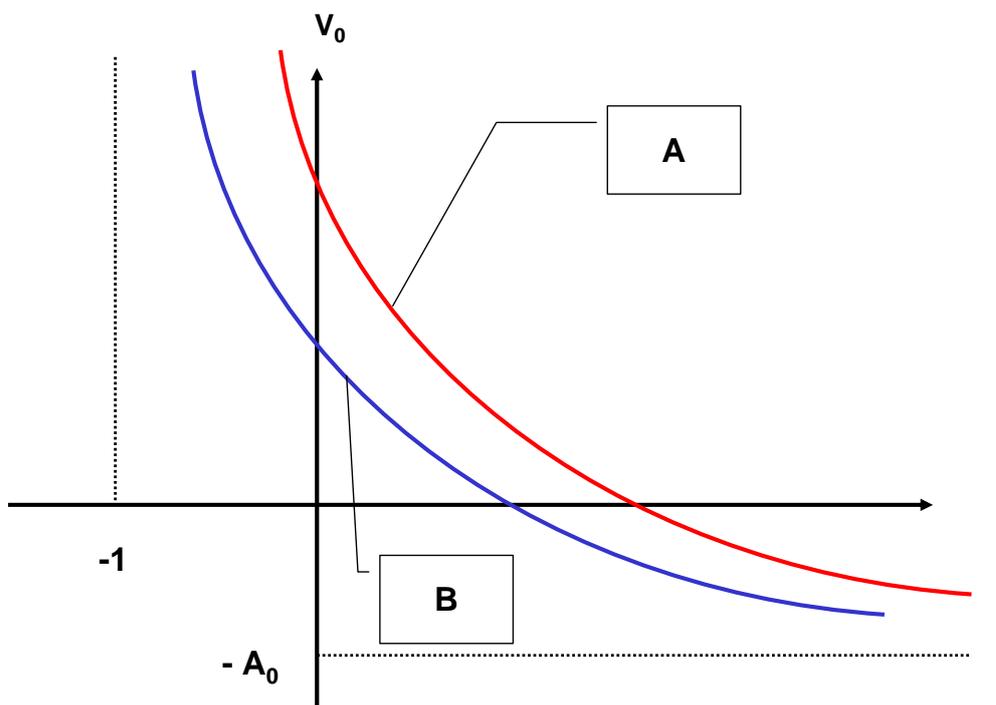
Aber: Vorsicht!!!

Vergleich der Projekte A und B:

Das Projekt A hat den höheren internen Zinsfuß
 und bei jedem Kalkulationszinsfuß den höheren Kapitalwert.

i	Kapitalwert des Projektes	
	A	B
0,02	380,02	295,27
0,05	268,53	202,03
0,08	169,09	119,11
0,10	108,66	68,83
0,12	52,42	22,12
0,13	25,76	0,00
0,14	0,00	- 21,35
0,15	- 24,89	- 41,95
0,16	-48,94	- 61,86

Das Projekt A dominiert das Projekt B.



Ergebnis:

- Die Kapitalwertfunktion von A läuft immer über der von B.

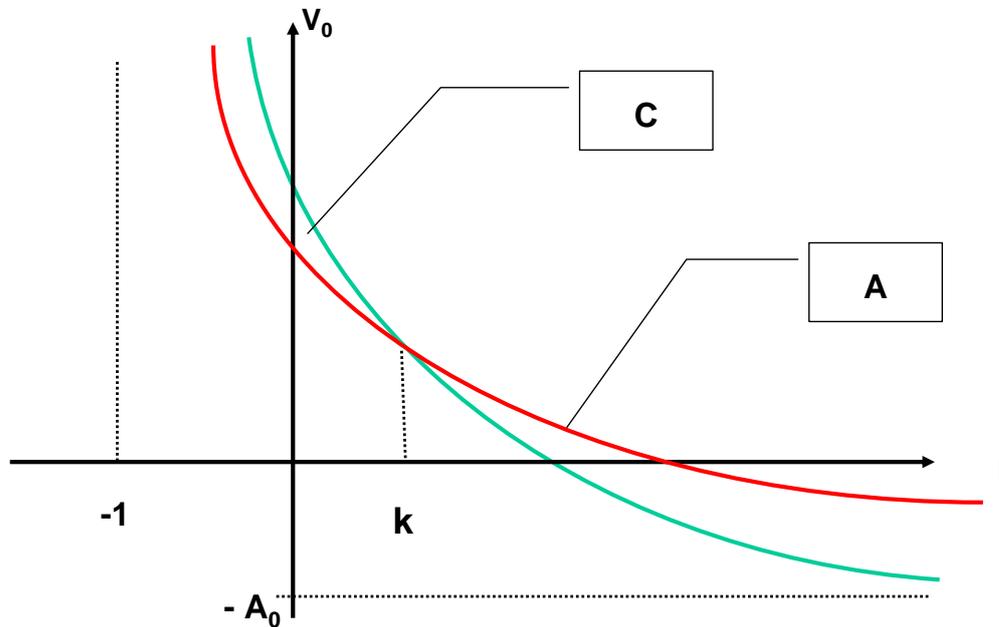
	Σa_t	i^*
A	462	0,14
B	364	0,13

- Da das Projekt A das Projekt B dominiert, kann das Projekt B aus der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden, weil es niemals vorteilhaft sein kann. Denn bei jedem beliebigen Kalkulationszinsfuß wird immer das Projekt A dem Projekt B vorgezogen.
- Hier führt die Entscheidungsregel: Realisiere von zwei einander ausschließenden Investitionsprojekten das mit dem höheren internen Zinsfuß zur kapitalwertmaximalen Entscheidung.

Vergleich der Projekte A und C:

i	Kapitalwert des Projektes	
	A	C
0,02	380,02	439,77
0,05	268,53	288,46
0,08	169,09	154,88
0,10	108,66	74,40
0,12	52,42	0,00
0,13	25,76	- 35,10
0,14	0,00	- 68,89
0,15	- 24,89	- 101,43
0,16	-48,94	- 132,78

Die Kapitalwertfunktionen der Projekte A und C schneiden sich im ersten Quadranten.



© Dr. Peter von Hinten

48

Die Kapitalwertfunktionen der Projekte A und C schneiden sich im ersten Quadranten.

Dies erkennt man sehr leicht aus folgenden Betrachtung

	Σa_t	i^*
A	462	0,14
C	552	0,12

Welches der beiden Projekte vorteilhafter ist, hängt von der Höhe des Kalkulationszinsfußes ab.

Der Zinssatz k (kritischer Zinssatz),
bei dem die Kapitalwerte der beiden Projekte gleich sind,
ist der interne Zinsfuß der Differenzinvestition.

t	0	1	2	3	4
C	- 1400	268	356	432	896
- A	+ 1200	- 368	- 440	- 398	- 456
C - A	- 200	- 100	- 84	34	440

Der interne Zinsfuß der Differenzinvestition C - A ist 0,067.

Bildung der Differenzinvestition:

Bei der Bildung der Differenzinvestition geht man von dem Projekt mit der kleineren Anfangsauszahlung und dem höheren internen Zinsfuß aus.

Im Beispiel ist dies das Projekt A. Ist der interne Zinssatz des Projektes A größer als der Kalkulationszinsfuß, so lohnt sich die Durchführung von A.

Man stellt nun die Frage, ob es sich lohnt, anstatt des Projektes A das Projekt C zu realisieren.

Die Antwort auf die Frage findet man, indem man die Zahlungsreihe des Projektes A über ein fiktives Projekt so ergänzt, dass sich aus A und dem Ergänzungsprojekt die Zahlungsreihe des Projektes C ergibt.

Das Ergänzungsprojekt erhält man als Differenzinvestition C - A.

Den Zinssatz, bei dem die Kapitalwerte der beiden Projekte gleich sind, erhält man als internen Zinsfuß der Differenzinvestition.

t	0	1	2	3	4
C	- 1400	268	356	432	896
A	- 1200	368	440	398	456
C - A	- 200	- 100	- 84	34	440

Der interne Zinsfuß der Differenzinvestition $C - A$ i^*_{C-A} ist 0,067.
 Bei diesem Kalkulationszinssfuß sind die Kapitalwerte der beiden Projekte A und C gleich.

Entscheidungsregel:

$i^*_{C-A} > i_{Kalk}$	$C > A$
$i^*_{C-A} = i_{Kalk}$	$C = A$
$i^*_{C-A} < i_{Kalk}$	$C < A$

Aussage der Differenzinvestition:

Annahme: $i = 0,06$

Differenzinvestition $C - A$ ist vorteilhaft, weil $i^*_{C-A} > i$;

Kapitalwert der Differenzinvestition ist positiv > 0 ;

also Projekt C durchführen.

Überlegung:

Würde man anstatt der Differenzinvestition $C - A$ das Geld auf dem Kapitalmarkt anlegen, so würde man nur eine Verzinsung von 6 % erreichen. Führt man aber anstatt der Inv. A das Projekt C durch, so erreicht man für die in $t=0, 1$ und 2 investierten Beträge eine Verzinsung von 6,7 %.

Ergebnis: Realisiere Projekt C.

Aussage der Differenzinvestition:

Annahme: $i = 0,09$

Differenzinvestition C - A ist nicht vorteilhaft, weil $i_{C-A}^* < i$;

Kapitalwert der Differenzinvestition ist negativ;

also Projekt C nicht durchführen.

Überlegung:

Es ist günstiger, die zur Durchführung des Projekts C zusätzlich benötigten Beträge auf dem Kapitalmarkt zum Zinssatz von 9 % anzulegen.

Ergebnis: Realisiere Projekt A.

Der Investor hat (abgesehen von der Unterlassungsalternative) zwei Alternativen:

- Investition in das Projekt A (d.h. in das Projekt mit dem kleineren Kapitaleinsatz) und zusätzlich Investition in die Differenzinvestition C - A
→ gleichbedeutend mit Übergang von Projekt A nach Projekt C
- Investition in das Projekt A und Anlage des Betrages C - A am Kapitalmarkt zum Kalkulationszinssatz

A
A



Für die Auswahlentscheidung irrelevant

+

Differenzinvestition C - A

+

Kapitalmarktanlage von C - A



Auswahlentscheidung hängt nur vom Renditevergleich Differenzinvestition/Kapitalmarktanlage ab!

Ergebnis:

- Mit Hilfe der Differenzinvestition gelangt man zu Entscheidungen, die mit dem Kapitalwertkriterium im Einklang stehen.
- Zu einer solchen Lösung gelangt man nur, wenn die Differenzinvestition eine Normalinvestition ist, also: nur ein Vorzeichenwechsel, zuerst Auszahlungen, dann nur noch Einzahlungen (- - - + + + +) und Summe der Zahlungen \geq Null.
- Nur in diesem Falle gilt, dass der Kapitalwert der Differenzinvestition genau dann positiv ist, wenn der interne Zinsfuß der Differenzinvestition größer als der Kalkulationszinsfuß i ist.

Zusammenfassung (1):

- Die Verwendung des internen Zinsfußes als Beurteilungskriterium ist problematisch.
- Bei Entscheidungen über die Durchführung oder Unterlassung eines Investitionsprojekts gelangt man mit dem internen Zinsfuß zum gleichen Ergebnis wie mit dem Kapitalwert, wenn:
 - Normalinvestition - - - + + + +
 - reguläre Investition - - - + + + + - - und $\sum a_t > 0$.

Zusammenfassung (2):

- **Bei Auswahlentscheidungen** gelangt man mit Hilfe der Differenzinvestition mit dem internen Zinsfuß zum gleichen Ergebnis wie mit dem Kapitalwert, wenn die Differenzinvestition eine Normalinvestition ist.
Entscheidungsregel: Realisiere eine Investition, wenn ihr interner Zinsfuß $i^* > i$, dem Kalkulationszinsfuß ist.
- Liegt eine dominante Investition vor, dann ist das dominante Projekt zu wählen, das dann auch den höheren internen Zinsfuß aufweist.

Für die Anwendung des internen Zinsfußes als Beurteilungskriterium lässt sich keine allgemeingültige Entscheidungsregel formulieren.

A: 3. Kapitalbudgetierung

- **Bisher: unrealistische Annahme des vollkommenen Kapitalmarkts**
Mit dieser Annahme haben wir für alle Investitionsprojekte pauschal einheitliche Ergänzungsinvestitionen mit dem Kapitalwert von Null unterstellt.
- **Nun: realistische Annahme des unvollkommenen Kapitalmarkts**
Das bedeutet:
**Sollzinsen (Kreditzins) höher als Habenzinsen (Anlagezins);
keine unbegrenzten Kreditbeträge zu einem gegebenem Zinssatz.**

**Problemstellung:
 Zusammenstellung eines Investitionsprogramms bei unvollkommenem Kapitalmarkt.**

Einfaches Beispiel:

Zur Verfügung stehendes Kapital von 250 GE

Investitionsprojekte:

	A	B	C	D	E	F
a_0	- 100	- 60	- 50	- 70	- 80	- 40
a_1	112	84	55	91	103	46
i^*	0,12	0,40	0,10	0,30	0,2875	0,15

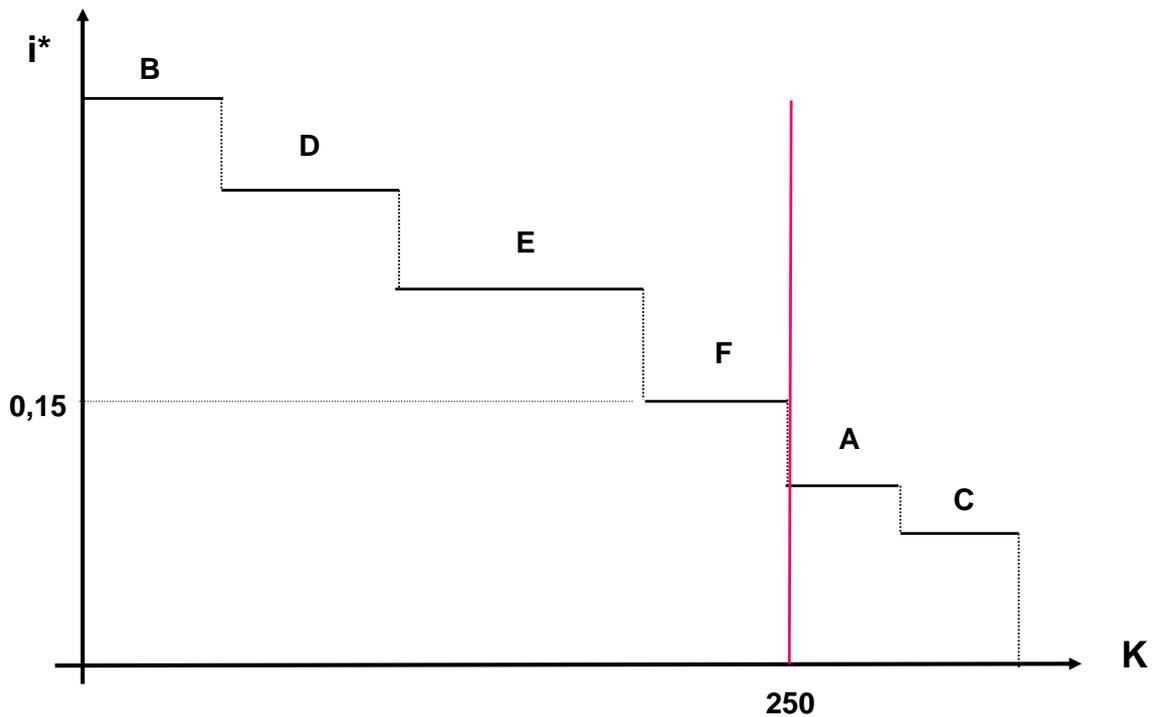
Kapitalnachfragefunktion:

Jedem Kapitalbetrag wird die bei optimaler Verwendung erzielbare marginale interne Verzinsung zugeordnet.

Projekt	i^*	Kapitalbedarf des Projekts	kumulierter Kapitalbedarf
B	0,4	60	60
D	0,3	70	130
E	0,2875	80	210
F	0,15	40	250
A	0,12	100	350
C	0,10	50	400

Optimales Investitionsprogramm

Kapitalnachfragefunktion:



© Dr. Peter von Hinten

62

Probleme bei Ermittlung der Kapitalnachfragefunktion:

Abhängigkeiten zwischen Investitionsprojekten

- Projekte schließen sich gegenseitig aus
- Projekte beeinflussen sich gegenseitig

Einander ausschließende Projekte

Beispiel: Investitionsprojekte D und E schließen sich aus:

	A	B	C	D	E	F
a_0	- 100	- 60	- 50	- 70	- 80	- 40
a_1	112	84	55	91	103	46
i^*	0,12	0,40	0,10	0,30	0,2875	0,15

© Dr. Peter von Hinten

63

Lösung über die Differenzinvestition:

Projekt	a_0	a_1	i^*
D	- 70	91	0,30
E	- 80	103	0,2875
E - D	-10	12	0,20

Kapitalnachfragefunktion:

Projekt	i^*	Kapitalbedarf des Projekts	kumulierter Kapitalbedarf
B	0,40	60	60
D	0,30	70	130
E - D	0,20	10	140
F	0,15	40	180
A	0,12	100	280
C	0,10	50	330

Optimales
Investitions-
programm

Steht ein Kapital von 180 zur Verfügung ergibt sich als optimales Programm:

Projekte B, E und F

Kapitalangebotsfunktion:

- Bisherige Annahme: Unelastisches Kapitalangebot in Form der Kapitalrationierung
- **Neue Annahme: Elastisches Kapitalangebot,**
d. h. es kann zusätzliches Kapital zu steigenden Finanzierungskosten beschafft werden.

Beispiel:

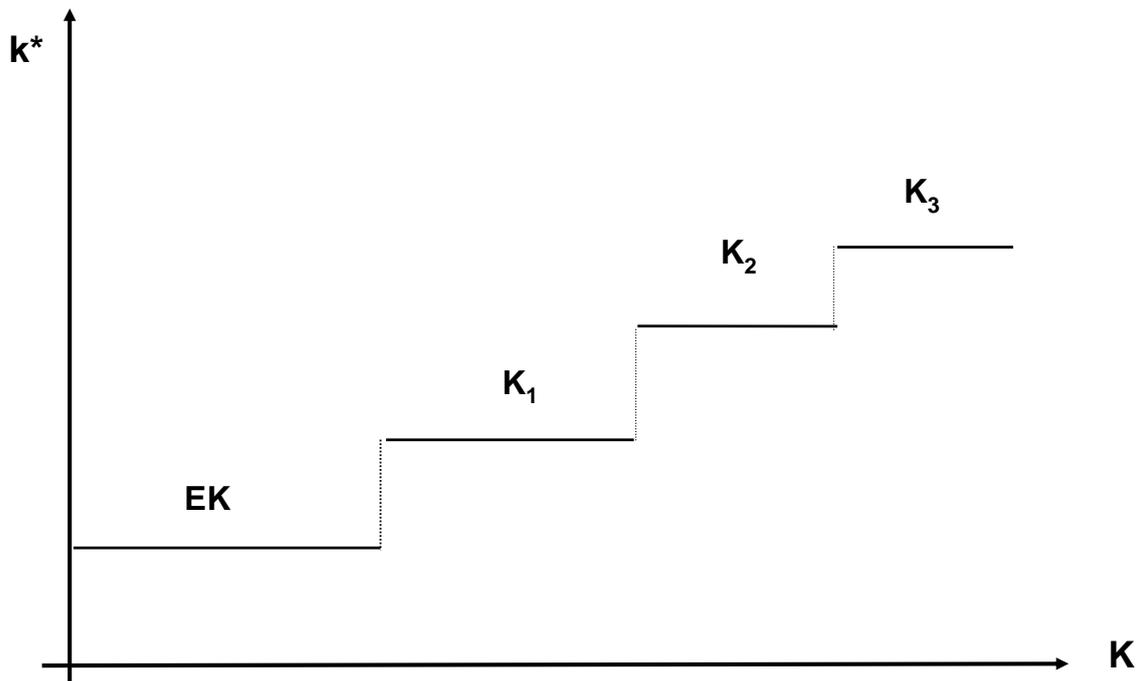
	Eigenmittel	K ₁	K ₂	K ₃
Betrag	140	100	80	80
k*	0,06	0,08	0,13	0,16

Kapitalangebotsfunktion:

Jedem Kapitalbetrag werden die bei optimaler Finanzierung entstehenden marginalen Kapitalkosten zugeordnet.

Projekt	k*	Höchstbetrag	Kumulierte Höchstbeträge
Eigenmittel	0,06	140	140
K ₁	0,08	100	240
K ₂	0,13	80	320
K ₃	0,16	80	400

Kapitalangebotsfunktion:

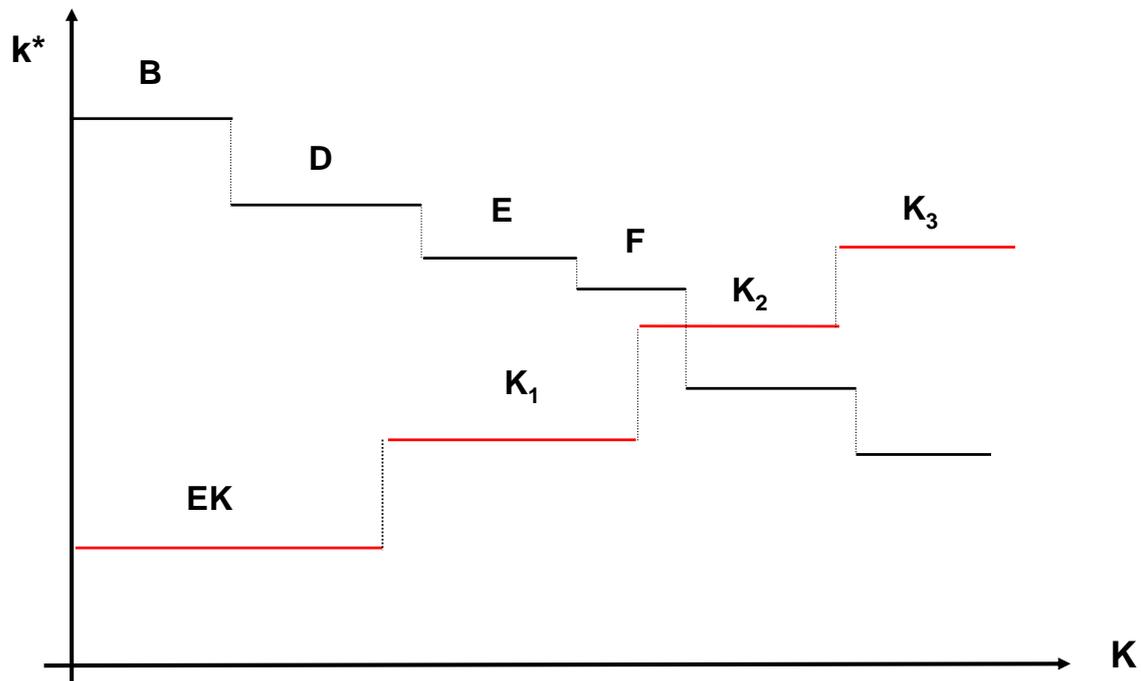


Bestimmung des optimalen Programms:

Das optimale Programm erhält man durch Gegenüberstellung der Kapitalnachfragekurve und der Kapitalangebotskurve. Durch den Schnittpunkt der Kurven ist das optimale Programm definiert.

Inv.-Projekt	Kap.-bedarf	i^*	kum. Kap.-bedarf	Fin.-Projekt	Betrag	k^*	kum. Kapital
B	60	0,4	60	EK	140	0,06	140
D	70	0,3	130	K_1	100	0,08	240
E	80	0,2875	210	K_2	10	0,13	250
F	40	0,15	250	K_2	70	0,13	320
A	100	0,12	350	K_3	80	0,16	400
C	50	0,10	400				

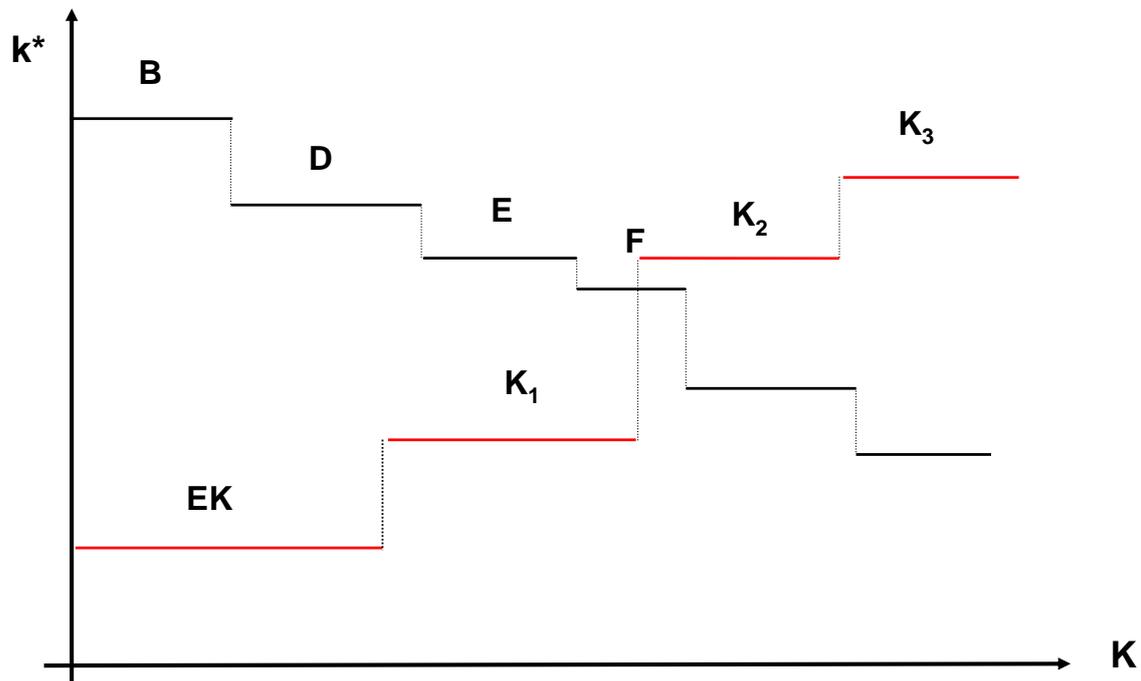
Optimales Kapitalbudget:



Probleme bei der Bestimmung des optimalen Kapitalbudgets:

- unteilbare Investitionsprojekte
- Reihungskriterium bei mehrperiodigen Investitionsprojekten
- Sicherung der Liquiditätsbedingung bei mehrperiodigen Projekten

Problem: unteilbare Investitionsprojekte:



B: Geld- und Kapitalwirtschaft

1. Marktwert und Marktgleichgewicht

1.1. Marktwert von sicheren Zahlungsströmen

1.2. Marktwert von unsicheren Zahlungsströme

- Indirekte Bewertung (Arbitrage-theorie)

2. Finanzierung bei unvollkommenen Märkten

- Verhaltensunsicherheit:

Unterinvestition und Risikoanreizproblem

1. Marktwert und Marktgleichgewicht

Frage:

Wie kommt die Preisbildung von Finanztiteln zustande?

Wie wird der aus dem Finanzierungstitel resultierende Zahlungsstrom bewertet?

→ **Theorie der Bewertung unsicherer Zahlungsströme**

- **Zeitaspekt**
- **Unsicherheit**

Ergebnis:

**Preis = f [Präferenzen (Zeit- und Risikopräferenzen),
Erwartungen, Erstaussstattungen]**

Annahme:

Vollkommener Kapitalmarkt

- **gleiche Informationsverteilung**
 - **zwischen Investoren am Kapitalmarkt (keine Insider)**
 - **zwischen Kapitalgeber und Kapitalnehmer**
- **atomistische Marktstruktur**
- **keine Marktzugangsbeschränkungen**
- **beliebige Risiken sind handelbar**
- **rational handelnde Investoren (Bernoulli-Prinzip)**
- **beliebige Teilbarkeit**
- **Leerverkäufe sind zulässig**
- **keine Transaktionskosten i.e.S. (Steuern, Gebühren etc.)**

Bei vollkommenem Kapitalmarkt kann die Bewertung von Zahlungsströmen präferenzfrei erfolgen.

Präferenzfreie Bewertung

Arbitrage Pricing Theory (APT)

Relative Bewertung: Bewertung eines Finanztitels in Relation zu anderen Finanztiteln, deren Preise bekannt sind

Homogene Güter haben denselben Preis

Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Annahmen über Nutzenfunktionen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen

1.1 Marktwert von sicheren Zahlungsströmen

Annahme: Es gibt nur sichere Zahlungen.

Aus der Annahme des vollkommenen Kapitalmarkts folgt:

Auf dem Kapitalmarkt existiert ein einheitlicher sicherer Zinssatz für Geldanlage und Kreditaufnahme.

Für den Preis der Zahlungsreihe a_{jt} mit $t = 1 \dots T$ gilt:

$$P_{j0} = P_0(a_{jt}) = \sum_{t=1}^T a_{jt} \frac{1}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^T a_{jt} (1+i)^{-t}$$

Beispiel:

Koupananleihe: Nennwert 1000 GE; Nominalzins 8%;
Restlaufzeit 3 Jahre; endfällige Tilgung

Zahlungsreihe: {80; 80; 1080}

Annahme: Marktzinssatz $i = 0,10$

$$\begin{aligned} P_0(a_{jt}) &= \frac{80}{(1+i)} + \frac{80}{(1+i)^2} + \frac{1080}{(1+i)^3} \\ &= \frac{80}{(1,1)} + \frac{80}{(1,1)^2} + \frac{1080}{(1,1)^3} \\ &= 72,73 + 66,12 + 811,42 \\ &= 950,27 \end{aligned}$$

Modell unterstellt:

Marktzinssatz i ist konstant für alle Zeitpunkte $t = 1 \dots T$.

Es wird eine **flache Zeitstruktur** der Zinssätze unterstellt.

Die Zinsstrukturkurve gibt den Zusammenhang zwischen der Restlaufzeit der Anlage und dem Zinssatz an.

Um den Zusammenhang zwischen Laufzeit und Zinssatz näher zu betrachten, muss man verschiedene Zinssätze unterscheiden:

- Effektivzinssatz (Yield-to-maturity)
- Kassazinssatz (Spot-rate)
- Terminzinssatz (Forward-rate)

Effektivzinssatz (Yield-to-maturity)

- Dies ist der Zinssatz mit dem man jede zukünftige Zahlung einer Zahlungsreihe abzinsen muss, damit man den gegebenen Preis des Betrachtungszeitpunktes erhält.
- Effektivzinssatz = interner Zinsfuß der Zahlungsreihe
- Effektivzinssatz gibt die durchschnittliche Verzinsung während der Laufzeit an.

$$P_{j0} = \sum_{t=1}^T a_{jt} \frac{1}{(1+i_{\text{eff}})^t} = \sum_{t=1}^T a_{jt} (1+i_{\text{eff}})^{-t}$$

Beispiel:

**Kouponanleihe: Nennwert 1000 GE; Nominalzins 8%;
Restlaufzeit 3 Jahre; endfällige Tilgung;
 $P_0 = 936,00$**

Zahlungsreihe: {80; 80; 1080}

$$936 = \frac{80}{(1+i_{\text{eff}})} + \frac{80}{(1+i_{\text{eff}})^2} + \frac{1080}{(1+i_{\text{eff}})^3}$$

$$i_{\text{eff}} = 10,6 \%$$

Kassazinssatz (Spot-rate)

- Kassazinssatz ist der interne Zinssatz (yield-to-maturity) eines Zero-Bonds.
- Symbol: i_{0T}

Beispiel:Kassazinssatz (Spot-rate)

Kreditinstitut emittiert einen Zero-Bond, der nach 4 Jahren eine Einzahlung von 1.000 GE erbringt, zum Preis von 748,80 GE in

t_0 .

$$\text{Es gilt dann: } 748,80 = \frac{1000}{(1+i_{04})^4} \quad i_{04} = \sqrt[4]{\frac{1000}{748,80}} - 1 = 0,075$$

i_{04} Kassazinssatz für eine vierjährige Laufzeit.

Allgemein gilt:

$$P_0(a_T) = \frac{a_T}{(1 + i_{0T})^T} \iff i_{0T} = \sqrt[T]{\frac{a_T}{P_0(a_T)}} - 1$$

Die Spot-rates verschiedener Restlaufzeiten zu einem Zeitpunkt bilden die Zinsstrukturkurve (term structure of interest rates):

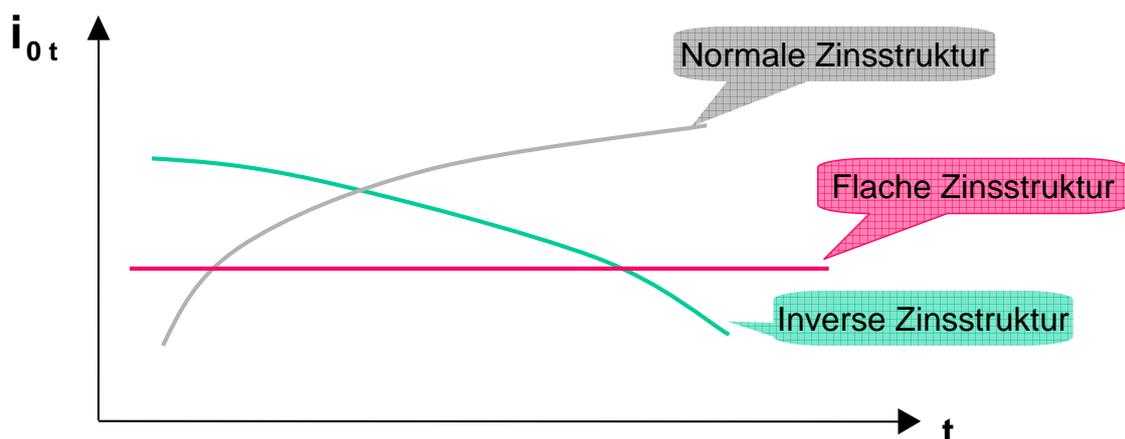
i_{01} , i_{02} , i_{03} , ...

Man unterscheidet:

Flache Zinsstruktur: $i_{01} = i_{02} = i_{03} = \dots = i_{0T-1} = i_{0T}$

Normale Zinsstruktur: $i_{01} < i_{02} < i_{03} < \dots < i_{0T-1} < i_{0T}$

Inverse Zinsstruktur: $i_{01} > i_{02} > i_{03} > \dots > i_{0T-1} > i_{0T}$



Ermittlung der Zinsstrukturkurve aus den Preisen von Kuponanleihen (*Bootstrap-Method*):

- Jede Zahlung aus der Kuponanleihe wird als Zahlung auf einen entsprechenden Zero-Bond interpretiert.

Kupon-anleihe	Restlaufzeit (in Jahren)	Kupon (in %)	Preis in t=0	Nominalwert	YTM (yield to maturity %)
A	1	9	990,91	1.000	10
B	2	8	933,65	1.000	11,92
C	3	7	822,98	1.000	14,72

Zahlungsreihen:

- Anleihe A: {-990,91; 1090}
- Anleihe B: {-933,65; 80; 1080}
- Anleihe C: {-822,98; 70; 70; 1070}

$$i_{01} : \frac{1.090}{1+i_{01}} = 990,91 \quad \Rightarrow \quad i_{01} = 0,10$$

$$i_{02} : \frac{80}{1+i_{01}} + \frac{1.080}{(1+i_{02})^2} = 933,65 \quad \Rightarrow \quad i_{02} = 0,12$$

$$i_{03} : \frac{70}{1+i_{01}} + \frac{70}{(1+i_{02})^2} + \frac{1.070}{(1+i_{03})^3} = 822,98 \quad \Rightarrow \quad i_{03} = 0,15$$

Zwischenergebnis:

Den Preis eines Finanztitels erhält man, indem man die Zahlungen dieses Finanztitels mit den für die jeweilige Laufzeit geltenden Kassazinssätzen diskontiert und aufsummiert.

$$P_{j0} = \sum_{t=1}^T a_{jt} \cdot (1 + i_{0t})^{-t}$$

Terminzinssatz (Forward-rate)

- Terminzinssatz ist der in einem Zeitpunkt τ vereinbarte Zinssatz für einen zukünftigen Zeitraum k bis T .
- Symbol: ${}_{\tau}i_{kT}^f$ Ohne Index: $\tau = 0$.

Beispiel:

Kreditinstitut schließt heute mit dem Kreditnehmer folgenden Kreditvertrag ab: Der Kreditnehmer erhält in zwei Jahren einen Kredit über 15.000 GE, den er in sechs Jahren durch eine Zahlung von 21.961,50 GE tilgen und verzinsen muss.

Es gilt dann:

$$r_{2,6}^f = \sqrt[6-2]{\frac{21961,50}{15000}} - 1 = 0,1 = 10\%$$

Allgemein gilt:

$$i_{kT}^f = T^{-k} \sqrt[k]{\frac{a_T}{P_k(a_T)}} - 1$$

$P_k(a_T)$: Der in t_0 zwischen Käufer und Verkäufer vereinbarte Preis, zahlbar im Zeitpunkt k , für einen Finanzierungstitel, der im Zeitpunkt T eine Zahlung in Höhe von a_T erbringt.

Zusammenhang zwischen Spot-rates und Forward-rates

Beispiel:

Auf dem Kapitalmarkt werden zwei Zero-Bonds gehandelt, für die folgende Daten gelten:

j	P_{j0}	a_{j1}	a_{j2}
1	1200	1290	
2	1600		1901

Auf diesem Markt gelten die Kassazinssätze:

$$i_{01} = 0,075 \text{ und } i_{02} = 0,09$$

Rekonstruktion eines Termingeschäfts:

Durch Kauf und Verkauf dieser beiden Zero-Bonds kann man einen Zahlungsstrom erzeugen, der einem Termingeschäft entspricht.

Handlung	Menge	Zahlung in t_0	Zahlung in t_1	Zahlung in t_2
Leerverkauf FT_1	4	+ 4800	- 5160	
Kauf FT_2	3	- 4800		+ 5703
Summe		0	- 5160	+ 5703

Den Zinssatz, den man mit dieser Geldanlage erzielt, bezeichnet man als impliziten Terminzinssatz i_{12}^f .

Für diesen impliziten Terminzinssatz gilt:

$$(1 + i_{01})^1 \cdot (1 + i_{12}^f)^{2-1} = (1 + i_{02})^2$$

$$(1 + i_{12}^f)^1 = \frac{(1 + i_{02})^2}{(1 + i_{01})^1}$$

$$(1 + i_{12}^f) = \frac{(1 + 0,09)^2}{(1 + 0,075)^1}$$

$$i_{12}^f = 0,1052093$$

Allgemein gilt:

$$(1+i_{0k})^k \cdot (1+i_{kT}^f)^{T-k} = (1+i_{0T})^T$$

$$i_{kT}^f = \sqrt[T-k]{\frac{(1+i_{0T})^T}{(1+i_{0k})^k}} - 1$$

Terminzinssätze sind durch die Kassazinssätze eindeutig bestimmt.

Grundgedanke:

Zwei kurzfristige Anlagen müssen den gleichen Ertrag erbringen wie eine langfristige Anlage über die gleiche Laufzeit.

Der Zusammenhang gilt auch bei Unsicherheit über das zukünftige Zinsniveau, da alle Größen in $t=0$ festgelegt sind.

Arbitragefreiheit:

- Arbitragefreiheit auf dem Kapitalmarkt ist nur dann gegeben, wenn die Terminzinssätze auf dem Markt den impliziten Terminzinssätzen entsprechen.
- Gilt dies nicht, so existieren Arbitragegelegenheiten.

Beispiel:

Kreditinstitut bietet einem Kapitalanleger folgende Anlagemöglichkeiten:

- Anlage 1 von t_0 bis t_1 : Zinssatz 6 %
 und Anlage 2 von t_1 bis t_2 : Zinssatz 7,5 %
- Anlage 3 von t_0 bis t_2 : Zinssatz 7 %

Handlung	Zahlung in t_0	Zahlung in t_1	Zahlung in t_2
Anlage 1	- 100	+ 106	
Anlage 2		- 106	+ 113,95
Anlage 3	- 100		+ 114,49

Zentrale Aussagen der APT:

- Es gibt keine gewinnbringenden Arbitragemöglichkeiten. Der Markt ist im Gleichgewicht arbitragefrei.
- Positionen mit identischem Pay-off haben heute den gleichen Wert.
- Eine Position mit einem höheren Pay-off als eine andere Position, hat heute einen höheren Wert.
- Für Finanztitel, deren Pay-off durch andere Finanztitel, von denen der heutige Wert bekannt ist, rekonstruierbar ist, kann ein eindeutiger Wert bestimmt werden.

Arbitragefreiheit:

(1) Dominanztheorem

Wenn ein Portfolio in $t = 1 \dots T$ nur positive Rückflüsse abwirft, dann muss es auch einen positiven Preis haben.

$$\text{Wenn } \sum_j x_j \cdot a_{jt} > 0 \quad \text{dann } \sum_j x_j \cdot P_{j0} > 0$$

und

Wenn ein Portfolio in $t = 1 \dots T$ nur Rückflüsse von Null abwirft, dann muss es auch einen Preis von Null haben.

$$\text{Wenn } \sum_j x_j \cdot a_{jt} = 0 \quad \text{dann } \sum_j x_j \cdot P_{j0} = 0$$

Arbitragefreiheit:

(2) Wertadditivitätstheorem

Der Marktpreis eines Portfolios aus Finanztiteln muss ebenso groß sein wie die Summe der Preise aller in diesem Portfolio enthaltenen Finanztitel.

Äquivalente Positionen müssen gleiche Preise haben.

$$P_{j0}[\sum_j x_j (a_{j1} \dots a_{jT})] = \sum_j x_j \cdot P_{j0}(a_{j1} \dots a_{jT})$$

Beispiel:

Im Beispiel für den Kapitalmarkt kann man die Zahlungen des Finanztitels 3 in den Zeitpunkten $t=1$ und $t=2$ durch die Finanztitel 1 und 2 rekonstruieren.

Ergebnis:

1. Den arbitragefreien Preis eines Finanztitels erhält man, indem man die Zahlungen dieses Finanztitels mit den für die jeweilige Laufzeit geltenden Kassazinssätzen diskontiert.

$$P_{j0} = \sum_{t=1}^T a_{jt} \cdot (1 + i_{0t})^{-t}$$

2. Auf einem arbitragefreien Markt kann es für jede Restlaufzeit **NUR** einen Kassazinssatz geben.
Folglich gibt es nur T verschiedene Kassazinssätze.
3. Die arbitragefreien Terminzinssätze sind durch die Kassazinssätze eindeutig bestimmt.

1.2. Marktwert von unsicheren Zahlungsströme - Indirekte Bewertung (Arbitrage Theorie)

Annahmen:

- Vollkommener Kapitalmarkt
- Zahlungen sind unsicher

Modellierung der Unsicherheit:

Diskreter Zustandsraum

Kontinuierlicher Zustandsraum

Es gibt eine Gesamtheit von S (Umwelt)-Zuständen, welche die aus ökonomischer Sicht relevanten zukünftigen Entwicklungsmöglichkeiten der Welt beschreiben.

Die verschiedenen Umweltzustände schließen sich gegenseitig aus, d.h. genau ein $s \in S$ wird eintreten.

Ein Finanztitel j ist vollständig durch seinen Pay-off in jedem Zustand s $a_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{js}, \dots, a_{jS})$ beschrieben.

Weitere Bestandteile von Finanztiteln, wie z.B. Stimmrechte, haben keinen eigenständigen Wert.

Arbitragefreiheit als Marktgleichgewichtsbedingung

Marktgleichgewicht beinhaltet:

- Markträumung,
d.h. Angebot und Nachfrage auf Geld- und Gütermärkten sind ausgeglichen.
- Marktgleichgewicht kann nur bestehen, wenn es keine Arbitragegelegenheiten gibt,
d.h., wenn der Markt arbitragefrei ist.
- Arbitragegelegenheiten sind Möglichkeiten zur Erzielung sicherer Gewinne, ohne dafür einen Einsatz leisten zu müssen.

Arbitragefreiheit bedeutet:

- Es ist nicht möglich durch gleichzeitigen Kauf und Verkauf desselben Gutes einen Gewinn zu erzielen.

→ Äquivalente Positionen müssen gleiche Preise haben

- Es ist nicht möglich, in der Zukunft eine sichere Einzahlung zu erhalten, ohne heute dafür eine Auszahlung zu leisten.

→ Eine dominante Position muss einen höheren Preis haben als die von ihr dominierte Position.

Bewertung mit Hilfe von Preisen für zustandsabhängige Zahlungsverpflichtungen:

q_s : Preis für die Anwartschaft auf 1 GE ausschließlich in Zustand s
 (Preise für Pure Securities, Arrow-Debreu-Securities)

pure security	φ_s	a_{j1}	a_{j2}
1	?	1	0
2	?	0	1

Beispiel:

a_{js} : Zahlung des Finanztitels j im Zustand s

P_j : Preis (Wert) des Finanztitels j heute ($t = 0$)

	a_{j1}	a_{j2}	P_j
Finanztitel 1	200	80	100
Finanztitel 2	100	120	90
Finanztitel 3	70	100	?

Die einzelnen Finanztitel können als Portefeuilles bestehend aus pure securities aufgefasst werden.

Es gilt dann:

$$\begin{aligned} 200 \cdot q_1 + 80 \cdot q_2 &= P_1 = 100 \\ 100 \cdot q_1 + 120 \cdot q_2 &= P_2 = 90 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad q_1 = 0,3 ; q_2 = 0,5$$

$$\Rightarrow \quad P_3 = 70 \cdot q_1 + 100 \cdot q_2 = 71$$

Für den arbitragefreien Preis eines Wertpapiers muss also gelten:

$$P_j(a_{js}) = \sum_s a_{js} \cdot q_s$$

Ergebnis:

Im Marktgleichgewicht existiert bei Arbitragefreiheit eine

Bewertungsfunktion.

Das bedeutet, es gibt einen Vektor $q > 0$ mit der Eigenschaft, dass für den Preis eines jeden Wertpapiers gilt:

$$P_j(a_{js}) = \sum_s a_{js} \cdot q_s$$

Eigenschaften der Bewertungsfunktion

▪ Wertadditivität

Der Wert eines Zahlungsstroms a , der sich als Summe aus zwei oder mehreren Zahlungsströmen $a_1 \dots a_n$ ergibt, ist gleich der Summe der Werte der Zahlungsströme $a_1 \dots a_n$.

$$a \equiv \sum_i a_i \Rightarrow v(a) = \sum v(a_i)$$

Aus der Eigenschaft der Wertadditivität ergeben sich wichtige Konsequenzen für:

- Bewertung von Investitionsprojekten
- Finanzierungsentscheidungen
- Fusionen

Wertadditivität und Bewertung von Investitionsprojekten

a_1 : (unsicherer) Zahlungsstrom aus dem bisherigen Investitionsprogramm

a_2 : (unsicherer) Zahlungsstrom einer Zusatzinvestition

$a = a_1 + a_2$: (unsicherer) Zahlungsstrom nach Investition

Bei Wertadditivität gilt: $V(a) = V(a_1) + V(a_2)$

Investitionsprojekte können auch unter Unsicherheit isoliert bewertet werden.

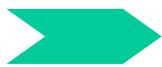
Für die Vorteilhaftigkeit des Investitionsprojektes ist nur entscheidend, ob der Marktwert der zukünftigen Zahlungen größer ist als die Anfangsauszahlung.

Wertadditivität und Finanzierungsentscheidungen

a : Vektor der zustandsabhängigen Zahlungsüberschüsse im Leistungsbereich

a_i : Vektor der zustandsabhängigen Zahlungsüberschüsse, die auf den Finanztitel i entfallen

Es gilt:
$$a = \sum_i a_i$$



Wenn die Höhe von a unabhängig ist von der Art der Aufteilung von a auf die einzelnen Finanztitel, so folgt aus der Wertadditivität die Irrelevanz der Finanzierung für den Marktwert eines Unternehmens!

Wertadditivität und Fusionen

a : Vektor der zustandsabhängigen Zahlungsüberschüsse im Leistungsbereich des fusionierten Unternehmens

a_i : Vektor der zustandsabhängigen Zahlungsüberschüsse im Leistungsbereich der von der Fusion betroffenen Unternehmen

Wenn mit der Fusion keine Synergieeffekte verbunden sind,

d.h. wenn gilt
$$a = \sum_i a_i$$
 ,

wird durch eine Fusion kein Wertzuwachs geschaffen, denn es gilt:

$$V(a) = \sum_i V(a_i)$$

Arbitragefreiheit und Bewertung von Finanztiteln

Problem:

Wann ist ein Finanztitel mit der Zahlungsanwartschaft a_n eindeutig präferenzfrei bewertbar?

Wenn a_n durch eine Linearkombination der Zahlungsanwartschaften anderer Finanztitel, deren Preise bekannt sind, rekonstruierbar ist:

Wenn $a_n = \sum_i z_i \cdot a_i$

dann gilt aufgrund der Wertadditivität:

$$P_n = \sum_i z_i \cdot P_i$$

Die Rekonstruierbarkeit ist immer gegeben, wenn der Kapitalmarkt *vollständig* ist, d.h. wenn die Anzahl der Wertpapiere mit linear unabhängiger Zahlungsanwartschaft der Anzahl der Umweltzustände entspricht.

Vollständigkeit des Kapitalmarkts:

- Wenn der Kapitalmarkt vollständig ist, kann der Preisvektor q eindeutig bestimmt werden.
- Bei Vollständigkeit des Kapitalmarkts gibt es zwei Wege, einen Finanztitel präferenzfrei zu bewerten:

(1) Rekonstruktion der Zahlungsanwartschaft des zu bewertenden Finanztitels durch ein Portefeuille von Finanztiteln, deren Preise bekannt sind;
Der Wert des zu bewertenden Finanztitels entspricht dem Wert des Rekonstruktionsportefeuilles;

(2) Bestimmung der zustandsabhängigen Preise q_s und Bewertung der Zahlungsanwartschaft mit diesen Preisen:

Praktische Anwendbarkeit der APT:

- Es muss bekannt sein, in welcher Beziehung die Zahlungsanwartschaften der am Finanzmarkt gehandelten Finanztitel zu der Zahlungsanwartschaft des zu bewertenden Finanztitels stehen:



Finanzderivate

- wenn diese Beziehung linear ist, ist auch bei Unvollständigkeit des Marktes eine präferenzfreie Bewertung möglich:



Termingeschäfte

- ist die Beziehung nicht-linear, so ist eine präferenzfreie Bewertung nur bei Vollständigkeit des Marktes möglich:



Optionen

Finanzmärkte sind in der Regel nicht vollständig.
Aber Handel ersetzt Vollständigkeit.



Dynamische Vollständigkeit

Praktische Anwendbarkeit der APT bei Unvollständigkeit des Marktes: Ermittlung von Preisgrenzen

Beispiel:

Für die Anlage Ihres Vermögens stehen Ihnen nur die Wertpapiere A und B zur Verfügung, deren zustandsabhängige Zahlungen in der Tabelle angegeben sind.

j	P_{j0}	a_{j1}	a_{j2}
A	41	40	50
B	?	60	40

Preisuntergrenze für Wertpapier B:

Eine dominante Position muss einen höheren Preis haben als die von ihr dominierte Position.

Man konstruiert ein Portefeuille aus WP A, das von WP B gerade noch dominiert wird.

j	P_{j0}	a_{j1}	a_{j2}
$0,8 \cdot WP_A$	32,8	32	40
WP_B	?	60	40

Ein Portefeuille aus 0,8 WPA wird von WPB dominiert.

Der Preis einer dominanten Position muss größer sein als der Preis der dominierten Position.

Es folgt: $P_B > 32,8$.

Preisobergrenze für Wertpapier B:

Eine dominante Position muss einen höheren Preis haben als die von ihr dominierte Position.

Man konstruiert ein Portefeuille aus WP A, das WP B gerade noch dominiert.

j	P_{j0}	a_{j1}	a_{j2}
$1,5 \cdot WP_A$	61,5	60	75
WP_B	?	60	40

Ein Portefeuille aus 1,5 WP_A dominiert WP_B.

Der Preis einer dominanten Position muss größer sein als der Preis der dominierten Position.

Es folgt: $P_B < 61,5$.

Annahme: $P_B \leq 32,8$

Dann wird nur in B investiert, weil die dominante Position einen niedrigeren Preis hat als die von ihr dominierte Position.

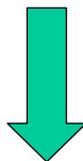
Annahme: $P_B \geq 61,5$

Dann wird nur in A investiert, weil die dominante Position einen niedrigeren Preis hat als die von ihr dominierte Position.

2. Finanzierung bei unvollkommenen Märkten

- Verhaltensunsicherheit:

Unterinvestition und Risikoanreizproblem



Finanzierungsvertrag ist als Principal-Agent-Beziehung zu betrachten.

Finanzierungsvertrag als Principal-Agent-Beziehung.

- Eine Principal-Agent-Beziehung ist ein Vertrag, bei dem einer der Partner (Principal \cong Kapitalgeber) dem anderen Partner (Agent \cong Kapitalnehmer) Entscheidungsbefugnisse (\cong Verwendung des aufgenommenen Kapitals) überträgt, von deren Ausübung sein Erfolg (Nutzen des Principals \cong Rückzahlung des Kapitals, Dividende) abhängt.
- Dabei kann der Prinzipal den Agenten nicht vollständig überwachen (Informationsasymmetrie),
 - weil die Handlungen des Agenten nicht kostenlos beobachtbar sind,
 - weil der Ertrag keinen sicheren Rückschluss auf die Tätigkeit des Agenten zulässt,
 - weil der Ertrag nicht (kostenlos) beobachtbar ist.

- Der Prinzipal muss damit rechnen, dass der Agent seinen persönlichen Nutzen maximiert und nicht den des Prinzipals (**Interessenkonflikte, opportunistisches Verhalten**).
- Das Problem besteht darin, den Vertrag so zu gestalten, dass die aus dem Vertrag für den Agenten resultierenden Handlungsanreize zu einer für beide Parteien günstigen Handlungsweise führen.
Gesucht ist ein effizienter Vertrag.
- Effizient ist ein Vertrag, wenn es keinen anderen Vertrag gibt, der für beide Parteien zu einem mindestens gleich guten und für mindestens eine Partei zu einem besseren Ergebnis führt (Pareto-Effizienz).

Anreize zu opportunistischem Verhalten des Kapitalnehmers bei asymmetrischer Informationsverteilung und gegebenem Finanzierungsvertrag

Informationsasymmetrie (ungleich verteilte Informationen)

bedeutet hier:

- Der Kapitalnehmer ist grundsätzlich besser informiert als sein Vertragspartner, der Kapitalgeber.
- Kapitalnehmer ist besser informiert:
 - über Beschaffenheit und Erfolgsaussichten der Investitionsprojekte
 - über die von ihm getroffenen Dispositionen, die der Kapitalgeber nicht vollständig überwachen kann.

- Bei gegebenem Finanzierungsvertrag wird der Kapitalnehmer seinen Informationsvorsprung und seine besseren Handlungsmöglichkeiten zu seinem persönlichen Vorteil nutzen.
(opportunistisches Verhalten)
Er wird dies um so mehr tun, je geringer die Gefahr ist, dass er dabei entdeckt wird und ihm Sanktionen auferlegt werden können.
- Für den Kapitalgeber bestehen zwei Risiken:
 - das exogene Risiko, das aus der Unsicherheit über das Eintreten des zukünftigen Umweltzustandes und damit über das bei der gewählten Aktion überhaupt erzielbare Ergebnis resultiert
u n d
 - das Risiko, das im Verhalten des Agenten liegt, d.h., ob und in welchem Ausmaß der Kapitalnehmer sich opportunistisch verhält.

Konsequenz:

Schon beim Abschluss des Finanzierungsvertrages muss darauf geachtet werden, welche Anreizwirkungen zu opportunistischem Verhalten ein gegebener Finanzierungsvertrag haben könnte und durch welche Vorkehrungen ein Fehlverhalten des Kapitalnehmers eingeschränkt werden kann.

- Zwei Probleme, die sich aus dem opportunistischem Verhalten ergeben, sind:
 - Risikoanreizproblem
 - Unterinvestitionsproblem

Risikoanreizproblem:

Zwei-Zeitpunkte-Fall:

in t_0 Investition
in t_1 Rückfluss aus Investition

- Der Unternehmer kann Investitionsprojekt I_1 oder Investitionsprojekt I_2 realisieren.
- Der Unternehmer maximiert den Marktwert des Eigenkapitals und er ist risikoneutral.
- Jedes Projekt erfordert Anfangsauszahlung von 100.

Investitionsprojekte:

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
$a_s(I_2)$	30	180	117	100	17

- Beide Investitionsprojekte sind vorteilhaft.
- I_2 ist weniger vorteilhaft als I_1 , da $K_0(I_2) < K_0(I_1)$ ist.
- I_2 weist ein höheres Risiko auf als I_1 .

Kreditfinanzierung:

- Unternehmer hat Eigenmittel von 22.
- Der Unternehmer haftet beschränkt, d. h. er haftet nur mit seiner Kapitaleinlage, so dass die Rückzahlungsverpflichtung nur aus den Rückflüssen des Investitionsprojektes bestritten werden kann.
- Reicht die Zahlung aus dem Investitionsprojekt nicht aus, so tritt Insolvenz ein, die Ansprüche des Kreditgebers werden nicht voll befriedigt.
- Kreditgeber stellt einen Kredit von 78 gegen eine Rückzahlungsverpflichtung von $R = 90$ zur Verfügung.

Investitionsprojekt I₁:Kredit 78; Rückzahlung R = 90

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
FK_s	80	90	78	78	0
EK_s	0	70	42	22	20

Investitionsprojekt I₂:Kredit 78; Rückzahlung R = 90

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_2)$	30	180	117	100	17
FK_s	30	90	63	78	- 15
EK_s	0	90	54	22	32

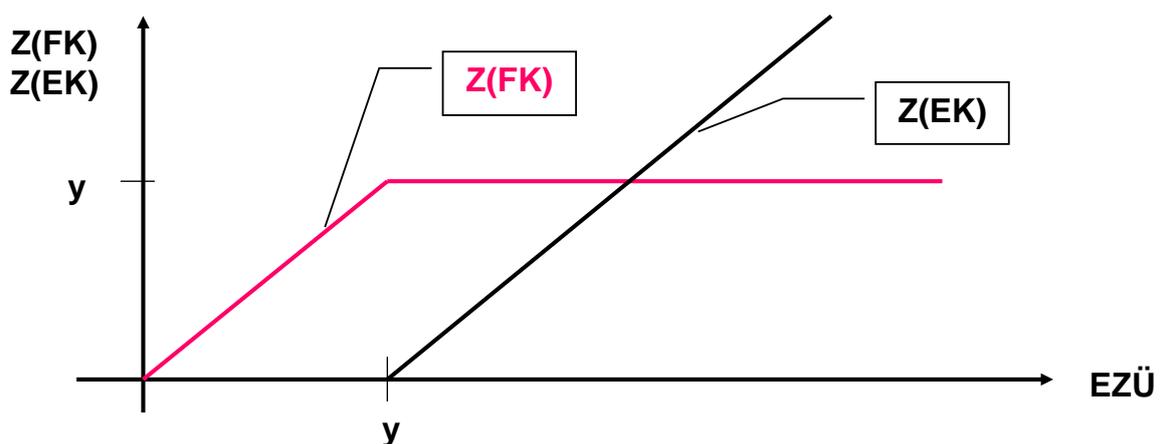
Anreiz zu opportunistischem Verhalten:

- Für den Unternehmer (Kreditnehmer) besteht ein Anreiz das Projekt I_2 durchzuführen, weil er dadurch einen Kapitalwert von 32 realisiert.
- Bei Realisierung von I_2 treten zwei Effekte auf:
 - Reichtumsverschiebung (Umverteilungseffekt) vom Kapitalgeber zum Kapitalnehmer.
 - Vermögensverschwendung, weil der Unternehmer nicht das lohnendere Projekt I_1 sondern das weniger vorteilhafte Projekt I_2 realisiert.

→ Risikoanreizproblem

Die Ursache für das Risikoanreizproblem liegt in der ungleichen (asymmetrischen) Partizipation des externen Kapitalgebers (Kreditgebers) an Verlusten und Gewinnen.

Dies erkennt man an den Rückzahlungsfunktionen von Kreditgeber und Eigenkapitalgeber bei beschränkter Haftung.



- Rationale Kreditgeber antizipieren das Risikoanreizproblem.
- Rationale Kreditgeber werden deshalb die Rückzahlungsverpflichtung so festlegen, dass die erwartete Verzinsung für sie bei Durchführung von I_2 11,1% beträgt.
- Kredit von 78 bei Rückzahlungsverpflichtung $R = 115$
- Es muss gelten: $78 = 30 \cdot 0,3 + R \cdot 0,6 \rightarrow \underline{R = 115}$

Investitionsprojekt I_1 : Kredit 78; Rückzahlung $R = 115$

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
FK_s	80	115	93	78	15
EK_s	0	45	27	22	5

Investitionsprojekt I_2 : Kredit 78; Rückzahlung $R = 115$

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_2)$	30	180	117	100	17
FK_s	30	115	78	78	0
EK_s	0	90	39	22	17

Ergebnis:

- Opportunistisches Verhalten ist bei Kreditfinanzierung nur dann relevant, wenn Insolvenz im Bereich des Möglichen liegt.
- Unternehmer hat die Nachteile, die aus dem Risikoanreizproblem resultieren selbst zu tragen.
Eine Durchführung des lohnenderen Projektes I_1 ist für ihn nicht mehr sinnvoll.
- **Reichtumsverschiebung (Umverteilungseffekt)** vom Kapitalgeber zum Kapitalnehmer **wird vermieden.**
- **Vermögensverschwendung** bleibt bestehen, weil der Unternehmer **nicht das lohnendere Projekt I_1 , sondern das weniger vorteilhafte Projekt I_2 realisiert.**

Beteiligungsfinanzierung:

- Unternehmer hat Eigenmittel von 22.
- Beteiligungskapitalgeber stellt 78 gegen eine Beteiligung von 78% am EZÜ der Investition zur Verfügung.

Investitionsprojekt I₁:

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
ExtEK _s	62,4	124,8	93,6	78	15,6
EK _s Unt	17,6	35,2	26,4	22	4,4

Investitionsprojekt I₂:

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_2)$	30	180	117	100	17
ExtEK _s	23,4	140,4	91,26	78	13,26
EK _s	6,6	39,6	25,74	22	3,74

Ergebnis:

- **Kein Anreiz zu opportunistischem Verhalten:**
 Für den Unternehmer besteht nun kein Anreiz mehr das Projekt I_2 durchzuführen, weil er bei Realisierung von I_1 den höheren Kapitalwert erreicht.
 —▶ **Risikoanreizproblem existiert nicht.**
- Die Ursache für das Risikoanreizproblem, die ungleiche (asymmetrische) Partizipation des externen Kapitalgebers an Verlusten und Gewinnen ist beseitigt.
 —▶ **Beteiligungsfinanzierung ist optimal!**

Unterinvestition:

Der risikoneutrale Unternehmer hat die Investition I_1 realisiert und diese mit Eigenmitteln von 22 und dem Kredit von 78 bei $R = 90$ finanziert.

Investitionsprojekt I_1 : Kredit 78; Rückzahlung $R = 90$

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
FK_s	80	90	78	78	0
EK_s	0	70	42	22	20

Unternehmer hat die Möglichkeit die Ergänzungsinvestition I_E zu realisieren, die eine Anfangsauszahlung von 10 erfordert und zu den in der Tabelle dargestellten Einzahlungsüberschüssen in $t=1$ führt.

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_E)$	20	10	12	10	2

Das Projekt ist vorteilhaft. Es sollte durchgeführt werden.

Eigenfinanzierung:

Unternehmer finanziert die Anfangsauszahlung aus eigenen Mitteln.

Investitionsprojekt I_1 und I_E : Kredit 78, $R = 90$

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
$a_s(I_E)$	20	10	12	10	2
Summe	100	170	132	110	22
FK_s	90	90	81	78	3
EK_s	10	80	51	32	19

Ergebnis:

- Ergänzungsinvestition lohnt sich für den Unternehmer nicht, denn er erzielt damit nur einen Kapitalwert von insgesamt 19.
- Ohne Ergänzungsinvestition, erreicht er einen Kapitalwert von 20.
- ➔ **Unterinvestitionsproblem tritt auf.**
- Durch die Ergänzungsinvestition wird der zuvor ausfallbedrohte Kredit nunmehr sicher. Beim Kreditgeber tritt ein von ihm nicht erwarteter Vermögenszuwachs von 3 ein, der größer ist als der Kapitalwert der Ergänzungsinvestition von 2.
- Umverteilungseffekt zugunsten des Kreditgebers ist größer als der Wertsteigerungseffekt der Investition.
- Gesamtwirtschaftlicher Schaden, weil eine realisierbare Vermögenssteigerung unterbleibt.

Kreditfinanzierung:

- Unternehmer finanziert die Anfangsauszahlung durch einen zusätzlichen Kredit von 10, den der bisherige Kreditgeber zur Verfügung stellt.
- Kreditgeber fordert insgesamt eine Rückzahlung von $R = 98$

Investitionsprojekt I_1 und I_E : Kredit 88, $R = 98$

	s_1	s_2	V_0	I_0	K_0
q_s	0,3	0,6			
$a_s(I_1)$	80	160	120	100	20
$a_s(I_E)$	20	10	12	10	2
Summe	100	170	132	110	22
FK_s	98	98	88,2	88	0,2
EK_s	2	72	43,8	22	21,8

Ergebnis:

- Die Ergänzungsinvestition lohnt sich für den Unternehmer, denn er erzielt damit einen Kapitalwert von insgesamt 21,8.
- Verzichtet er auf die Ergänzungsinvestition, erreicht er nur einen Kapitalwert von 20.
—▶ **Unterinvestitionsproblem tritt nicht auf.**
- Aufgrund der Ergänzungsinvestition wird der zuvor ausfallbedrohte Kredit nunmehr sicher.
Der Kreditgeber erzielt einen Kapitalwert von 0,2.
- Umverteilungseffekt zugunsten des Kreditgebers ist aber kleiner als der Wertsteigerungseffekt der Investition.
—▶ **Fremdfinanzierung ist hier optimal!**

Aber: Auch bei Fremdfinanzierung können Unterinvestitionsprobleme auftreten.

C: Unternehmensfinanzierung

C: Unternehmensfinanzierung

- Beteiligungsfinanzierung nicht emissionsfähiger Unternehmen

Nicht emissionsfähige Unternehmen sind:

Einzelunternehmung, Personengesellschaften (OHG, KG), GmbH und kleine Aktiengesellschaften, die nicht zum amtlichen Handel, geregelter Markt oder Freiverkehr zugelassen sind.

Kennzeichen ist insbesondere:

Beteiligungstitel sind nicht laufend am Markt bewertet; es existiert kein beobachtbarer Marktpreis.

Beteiligungsfinanzierung erfolgt aus:

- Privatvermögen der bisherigen Gesellschafter
- Privatvermögen neuer Gesellschafter.

Es sind die folgenden Probleme zu lösen:

- **Bestimmung des Preises für den Beteiligungstitel (Emissionspreis)**
- **Aufteilung des Emissionspreises in gewinnberechtigten Kapitalanteil und nicht gewinnberechtigten Kapitalanteil (Aufgeld)**
- **Bei Aufnahme neuer Gesellschafter zusätzlich: Gestaltung des Gesellschaftsvertrages (Geschäftsführungsbefugnis, Kontrollrechte)**

Emissionspreis neuer Aktien bei einer nicht börsennotierten AG

- **Problem der Aufteilung des Emissionspreises in gewinnberechtigtes und nicht gewinnberechtigtes Kapital ist durch die gesetzliche Regelung in § 8 AktG gelöst: Gewinnberechtigt ist nur das Grundkapital (gezeichnetes Kapital)**
 - **bei Nennwertaktien:**
Nennwert der Aktie (1 €) • Anzahl der emittierten Aktien
 - **bei Stückaktien:**
Kein Nennwert, aber alle Aktien haben gleichen Anteil am Grundkapital. Daraus folgt z. B. bei einem Grundkapital von 1.000.000 € und 100.000 Aktien, daß eine Aktie einen „Pseudo-Nennwert“ von 10 € aufweist.
- **Annahme für die weitere Betrachtung: Nennwertaktien**

Ausgangssituation:

- Investition, die den Eigenkapitalbetrag I erfordert
- Eigenkapitalbetrag I wird durch die Emission von neuen Aktien aufgebracht
- keine Transaktionskosten, es gilt: $I = K_E \cdot n$
- K_E Emissionspreis der neuen Aktie
- n Anzahl der neuen Aktien
- G_0 aus bisherigen Investitionsprogramm erwirtschafteter Periodengewinn, der auch in Zukunft erzielt wird, wenn keine zusätzliche Investition vorgenommen wird
- ΔG zusätzlicher zukünftiger Gewinn aus der neuen Investition
- a Anzahl der alten Aktien

- Über die Durchführung der Kapitalerhöhung und damit der Investition entscheiden die bisherigen Aktionäre der AG. Sie werden der Kapitalerhöhung und der Investition zustimmen, wenn der auf den Kapitalanteil der Altaktionäre entfallende Gewinn nicht kleiner wird. Dies hängt ab von der
 - Verzinsung, die mit dem zusätzlichen Kapital erzielt wird,
 - Gewinnverteilung zwischen alten und neuen Aktionären; hierfür ist der Emissionskurs entscheidend, weil er bestimmt, wie viele neue Aktien benötigt werden, um das erforderliche Kapital aufzubringen
- **Entscheidungskriterium: Gewinn pro Aktie darf durch Kapitalerhöhung und Investition nicht kleiner werden.**



$$\frac{G_0 + \Delta G}{a + n} \geq \frac{G_0}{a}$$

1. Frage:

Welche Verzinsung muß die Investition bei gegebenem K_E erbringen?

$$\frac{G_0 + \Delta G}{a + n} \geq \frac{G_0}{a} \quad G_0 \cdot a + \Delta G \cdot a \geq G_0 \cdot a + G_0 \cdot n$$
$$\Delta G \geq \frac{G_0 \cdot n}{a}$$

$$\frac{\Delta G}{n \cdot K_E} \geq \frac{G_0}{a \cdot K_E} = \frac{G_0 : a}{K_E}$$

$$\frac{\Delta G}{n \cdot K_E} = \frac{\Delta G}{I} \quad \text{ist die Verzinsung der Investition}$$

$$\frac{G_0 : a}{K_E} \quad \text{sind die Kapitalkosten, d. h. die Mindestverzinsung, die die Investition erreichen muss, damit sie bei gegebenem K_E für die Altaktionäre vorteilhaft ist.}$$

**Die Kapitalkosten hängen vom Emissionspreis ab.
Je niedriger der Emissionspreis ist, desto höher ist die Mindestrendite, die die Investition erbringen muß.**

2. Frage:

Welcher Emissionspreis muss bei gegebener Investitionsverzinsung r_i mindestens erzielt werden, damit die Kapitalerhöhung und Investition für die Altaktionäre vorteilhaft ist?

K_E^{\min} ist der Emissionspreis, der mindestens erreicht werden muss, damit Kapitalerhöhung und Investition für die Altaktionäre gerade noch vorteilhaft sind (Indifferenz).

$$\frac{\Delta G}{n \cdot K_E^{\min}} = \frac{\Delta G}{I} = r_i = \frac{G_0 : a}{K_E^{\min}}$$

$$K_E^{\min} = \frac{G_0 : a}{r_i}$$

3. Frage:

Wie hoch darf der Emissionspreis bei gegebener Alternativverzinsung r maximal werden, damit der Erwerb der neuen Aktien für einen Kapitalanleger noch lohnend ist (Indifferenz)?

Handlungsalternativen der neuen Aktionäre:

- Erwerb einer neuen Aktie zu K_E
oder
- Anlage von K_E am Kapitalmarkt zum Zinssatz r

$$\underbrace{\frac{G_0 + \Delta G}{a + n}}_{\text{Ertrag aus Beteiligung}} \geq \underbrace{K_E \cdot r}_{\text{Ertrag aus Alternativanlage}}$$

K_E^{\max} ist der maximale Emissionspreis, bei dem die Neuaktionäre zwischen den Handlungsalternativen indifferent sind.

Es gilt dann:
$$\frac{G_0 + \Delta G}{a + n} = K_E^{\max} \cdot r$$

$$K_E^{\max} = \frac{G_0 + \Delta G}{(a + n) \cdot r}$$

Wenn gilt: $K_E^{\max} > K_E^{\min}$

ist eine Einigung über den Emissionspreis zwischen den Altaktionären und den Neuaktionären möglich, die für beide vorteilhaft ist.

Ein Emissionspreis K_E , für den gilt: $K_E^{\max} > K_E > K_E^{\min}$ ist für beide vorteilhaft.

Eine Kapitalerhöhung ist nicht durchführbar, wenn gilt: $K_E^{\max} < K_E^{\min}$

Dann ist die Investition durch die Kapitalerhöhung nicht finanzierbar. Dies kann immer dann auftreten, wenn die Investitionsverzinsung kleiner als die Alternativverzinsung ist ($r_i < r$).

4. Frage:

Welche Verzinsung muss die Investition mindestens erbringen, wenn die neuen Aktien bei gegebener Alternativverzinsung r zum maximalen Emissionspreis ausgegeben werden?

$$\frac{G_0 + \Delta G}{a + n} = K_E^{\max} \cdot r$$

$$G_0 + \Delta G = K_E^{\max} \cdot r \cdot (a + n)$$

Zwischenergebnis:

$$G_0 = K_E^{\max} \cdot r \cdot (a + n) - \Delta G$$

Aus der Beantwortung
der 1. Frage:

$$\Delta G \geq \frac{G_0 \cdot n}{a}$$

Für G_0 einsetzen des Zwischenergebnisses:

$$\Delta G \geq \frac{n}{a} \cdot K_E^{\max} \cdot r \cdot (a + n) - \Delta G \cdot \frac{n}{a}$$

$$\Delta G \cdot \left(1 + \frac{n}{a}\right) \geq n \cdot \left(1 + \frac{n}{a}\right) \cdot K_E^{\max} \cdot r$$

$$\Delta G \geq n \cdot K_E^{\max} \cdot r$$

$$\frac{\Delta G}{n \cdot K_E^{\max}} = r_i \geq r$$

Ergebnis:

- Wenn die Investitionsverzinsung r_i nicht mindestens so hoch ist wie die Alternativverzinsung r , dann ist die Investition nicht lohnend und auch nicht finanzierbar.
- Dieses Ergebnis gilt auch dann, wenn die bisherigen Gesellschafter (Altaktionäre) das Kapital aufbringen.
- Denn auch für die bisherigen Gesellschafter ist es lohnender, ihr Geld (Privatvermögen) am Kapitalmarkt zu r anzulegen, anstatt es zu r_i in die Unternehmung zu investieren.

Übungsaufgaben

Die folgenden Übungsaufgaben dienen dazu, den Stoff des Repetitoriums zu vertiefen.

Die Übungsaufgaben sind so gestellt, wie auch die Klausuraufgaben in der Examensklausur von mir gestellt werden.

Die Lösungen der Übungsaufgaben werden im Repetitorium erarbeitet.

Voraussetzung ist, dass der Stoff des Repetitoriums von den Teilnehmern beherrscht wird.

Sie haben die Möglichkeit das Investitionsprojekt D mit der folgenden Zahlungsreihe vor Steuern durchzuführen: D: {-360; 132; 150; 132; 144}
Der einheitliche Marktzinssatz betrage $i = 0,20$.

a) Ermitteln Sie den Kapitalwert! Würden Sie dieses Projekt durchführen?

b) Ermitteln Sie den Kapitalwert nach Steuern!

Die Einkommensteuer beträgt 50 % auf den steuerpflichtigen Gewinn.
Der steuerpflichtige Gewinn ergibt sich in jeder Periode aus
Einzahlungsüberschuss vermindert um die lineare Abschreibung.
Würden Sie das Projekt durchführen?

c) Vergleichen Sie die bei a) und b) erzielten Ergebnisse miteinander und erklären Sie den hier auftretenden Effekt, das so genannte Steuerparadoxon, durch Erläuterung des so genannten Zinseffekts und des so genannten Volumeneffekts.

(Hinweis: Es werden hier verbale Erklärungen erwartet, keine Berechnungen!)

Nehmen Sie folgende Situation an:

Sie haben die Wahl zwischen den einander ausschließenden Investitionsprojekten A und B, die beide eine Anfangsauszahlung von 1.000 GE erfordern und eine Laufzeit von 10 Jahren aufweisen; nach der Anfangsauszahlung folgen bei beiden Investitionsprojekten nur noch Einzahlungsüberschüsse.

Für Projekt A gilt:

Bei einem Kalkulationszinsfuß von 6 % beträgt der Kapitalwert +100; der interne Zinsfuß der Investition liegt bei 8,5 %.

Für Projekt B gilt:

Bei einem Kalkulationszinsfuß von 5 % beträgt der Kapitalwert der Investition +100; der interne Zinsfuß liegt bei 12 %.

a) Welches der beiden Projekte würden Sie durchführen, wenn der Entscheidung ein Kalkulationszinsfuß von 5,5 % zugrunde gelegt werden soll?

b) Wie würde Ihre Entscheidung bei einem Kalkulationszinsfuß von 8 % ausfallen?

Gegeben seien zwei Investitionsprojekte A und B, die sich gegenseitig ausschließen. Die sicheren Zahlungsströme der Projekte lauten:

A: $\{-100; 68; 30; 30\}$, B: $\{-80; 45; 30; 30\}$.

Die internen Zinsfüße der Projekte betragen

$i^*_A = 16,1\%$ und $i^*_B = 16,25\%$.

Es existiere ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Marktzinssatz von $r = 7,5\%$.

Wie muss man vorgehen, um auf der Basis des internen Zinsfußes eine Auswahl zwischen den beiden Projekten treffen zu können?

Welches Investitionsprojekt ist vorzuziehen?

Sie verfügen über ein Anfangsvermögen von 150 GE. Gegeben seien die zwei Investitionsprojekte A und B, die sich gegenseitig ausschließen.

Die sicheren Zahlungsströme der Projekte lauten:

A: $\{-150; 80; 60; 60\}$ $i^*_A = 0,169$

B: $\{-120; 48; 60; 60\}$ $i^*_B = 0,181$

Es existiere ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Marktzinssatz von $r = 9\%$.

Wie würden Sie handeln? Begründen Sie Ihre Antwort!

Sie haben die Wahl zwischen den alternativen Investitionsprojekten B und C, für die folgende Daten gelten:

t	0	1	2	3	i*
B	- 1000	420	400	500	≈ 0,14791
C	- 1200	640	400	500	≈ 0,14349

Geben Sie an, in welchem Bereich der Kalkulationszinsfuß liegen muss, damit Sie sich

- für das Projekt B
- für das Projekt C

entscheiden würden. Begründen Sie Ihre Antwort!

Sie sollen auf der Basis des internen Zinsfußes ohne Kenntnis des Kalkulationszinsfußes darüber entscheiden, welches der beiden Projekte B und C durchgeführt werden soll.

B: {- 1100; 300; 500; 900} $i^*_B = 0,2087$

C: {- 1400; 600; 500; 900} $i^*_C = 0,1863$

Welches der Projekte würden Sie realisieren?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Ein Unternehmer mit einem Vermögen in Höhe von 510 Geldeinheiten kann folgende vier Investitionsprojekte A, B, C und D durchführen, die folgende sichere Zahlungsströme aufweisen:

A: $\{-260; 276,9\}$, B: $\{-210; 237,3\}$, C: $\{-150; 172,5\}$, D: $\{-300; 327\}$.

- a) Gehen Sie davon aus, dass sich die Investitionsprojekte A, B und C gegenseitig ausschließen, zwischen diesen drei Projekten und dem Projekt D aber keine technischen Abhängigkeiten bestehen. Nehmen Sie an, dass auf dem vollkommenen Kapitalmarkt zum einheitlichen Zinssatz von 7 % beliebige Beträge angelegt und aufgenommen werden können. Bestimmen Sie unter Rückgriff auf den internen Zinsfuß als Entscheidungskriterium das für den Unternehmer optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm.

- b) Nehmen Sie nun an, dass zwischen den Projekten A, B, C und D keine technischen Abhängigkeiten bestehen. Unterstellen Sie außerdem, dass dem Unternehmer zur Finanzierung der Investitionsprojekte außer seinen eigenen Mitteln, die er am Kapitalmarkt zu 5 % anlegen könnte, nur Fremdkapital in beliebigem Umfang zu einem Zinssatz von 12 % zur Verfügung steht. Bestimmen Sie das optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm des Unternehmers! Gehen Sie dabei davon aus, dass der Unternehmer sein Endvermögen maximieren will. Welche Voraussetzungen müssen hinsichtlich der Investitionsprojekte erfüllt sein, damit die gefundene Lösung auch realisiert werden kann?

Auf einem mehrperiodigen Kapitalmarkt, auf dem nur sichere Finanzierungstitel gehandelt werden, gelten die folgenden Zinssätze (spot rates):

$$i_{01} = 0,06; \quad i_{02} = 0,075; \quad i_{03} = 0,09.$$

Ermitteln Sie die arbitragefreien forward rates i_{12}^f , i_{23}^f und i_{13}^f !

(Hinweis für diese Aufgabe:

Runden Sie die Ergebnisse auf vier Stellen hinter dem Komma!)

Für die Anlage Ihres Vermögens stehen Ihnen nur die Wertpapiere A und B zur Verfügung, deren zustandsabhängige Zahlungen in der Tabelle angegeben sind.

j	P_{j0}	a_{j1}	a_{j2}
A	29	30	40
B	?	39	36

- Welche Obergrenze darf der Preis des Wertpapiers B nicht überschreiten, damit Sie Ihr gesamtes Vermögen nur in Wertpapier B investieren?
- Ab welchem Preis für das Wertpapier B werden Sie Ihr gesamtes Vermögen nur in Wertpapier A investieren?

Ein Unternehmer, der nur mit seiner Kapitaleinlage haftet, erzielt aus dem bisherigen Investitionsprogramm (IP) in t_1 die zustands-abhängigen Einzahlungsüberschüsse $a_s(\text{IP})$, die in der Tabelle „Ausgangssituation“ angegeben sind.

Das Investitionsprogramm wurde teilweise mit Fremdkapital finanziert. Im Kreditvertrag wurde ein Fremdkapitalrückzahlungs-betrag einschließlich Zinsen von 70 GE in t_1 vereinbart. Die auf den Fremdkapitalgeber und den Unternehmer (Eigenkapitalgeber) in t_1 entfallenden Zahlungen und die daraus resultierenden Marktwerte sind in der Tabelle „Ausgangssituation“ angegeben.

Ausgangssituation:

	Einzahlungsüberschüsse in t_1 bei Zustand		Marktwert in t_0
	s_1	s_2	
q_s	0,3	0,6	
$a_s(\text{IP})$	90	60	63
Z(FK)	70	60	57
Z(EK)	20	0	6

Der Unternehmer kann nun entweder das Investitionsprojekt A oder das Investitionsprojekt B durchführen. Jedes der beiden Projekte erfordert eine Anfangsauszahlung von 29,7 GE. Die Projekte erbringen die in der Tabelle dargestellten zustandsabhängigen Einzahlungsüberschüsse.

	s_1	s_2
$a_s(A)$	40	35
$a_s(B)$	75	15

- a) Prüfen Sie die Vorteilhaftigkeit der beiden Projekte! Welches der beiden Projekte ist unabhängig von der Finanzierung vorzuziehen?

- b) Welches der beiden Projekte wird der Unternehmer bei reiner Eigenfinanzierung der Anfangsauszahlung durchführen? Erklären Sie Ihr Ergebnis und den hierbei auftretenden Effekt auch verbal!
- c) Nehmen Sie an, der Unternehmer könnte die Anfangsauszahlung durch einen zusätzlichen Kredit von 29,7 GE finanzieren, den der bisherige Kreditgeber zur Verfügung stellt. Der Kreditgeber fordert für sein gesamtes Kreditengagement in t_1 einen Rückzahlungsbetrag von 99 einschließlich Zinsen. Welches der beiden Projekte wird der Unternehmer nun durchführen? Erklären Sie Ihr Ergebnis auch verbal! Welcher Effekt tritt hier auf?

- d) Welchen Rückzahlungsbetrag einschließlich Zinsen (R) wird der Kreditgeber für sein gesamtes Kreditengagement fordern, wenn er das Verhalten des Unternehmers nach Abschluss des Kreditvertrages richtig antizipiert? Begründen Sie Ihren Ansatz!
Welche Konsequenz ergibt sich für den Unternehmer?
- e) Welche Möglichkeit sehen Sie für den Unternehmer, die in d) eintretende Konsequenz zu vermeiden?
Stellen Sie dies auch rechnerisch dar und erläutern Sie Ihr Ergebnis!

Bei einer kleinen AG, deren Grundkapital 100.000 € beträgt, befinden sich 1.000 Aktien im Umlauf. Zur Finanzierung einer Investition, die eine Anfangsauszahlung von 10.500 € erfordert, ist eine Kapitalerhöhung geplant.

Aus ihrem bisherigen Investitionsprogramm erwirtschaftet die AG einen Gewinn G_0 von 10.500 €

Durch die neue Investition würde der Gesamtgewinn pro Periode um 1.575 € ansteigen.

- a) In welchem Bereich müsste der Emissionskurs für die neuen Aktien liegen, damit die Kapitalerhöhung sowohl aus der Sicht der Altaktionäre als auch aus der Sicht der Neuaktionäre vorteilhaft ist? Gehen Sie davon aus, dass auf dem Kapitalmarkt zum Zinssatz von 14 % beliebige Beträge angelegt werden können.
- b) Kann die geplante Kapitalerhöhung durchgeführt werden?