Martens: Übungen in der Betriebswirtschaftslehre, #08

Übung „Betriebliche Entscheidungslehre"

18.07.2005

Angebot an einen Entscheidungsträger:

Wahl zwischen **Lotterie** $L = (100; 0{,}5; 16)$

und **sicherem Ergebnis** $e_S = 58$

- **Fall 1**: **Risikoaversion** des ET

  → Nutzenfunktion $U(e) = \sqrt{e}$

Frage: Wie hoch ist der **Präferenzwert** für beide **Alternativen**?

Präferenzwert Lotterie

$$= \Phi(\text{Lotterie})$$

$$= \sum_{j=1}^{n} U(e_{ij}) \times P_j$$

$$= \text{Bewertung des Ergebnisses "100"} \times 0{,}5 + \text{B.d.E. "16"} \times 0{,}5$$

$$= \sqrt{100} \times 0{,}5 + \sqrt{16} \times 0{,}5$$

$$= 5 + 2$$

$$= 7$$

Präferenzwert sicheres Ergebnis

$$= \sqrt{58}$$

$$= 7{,}6$$

→ Das **sichere Ergebnis** hat mit 7,6 also **für diesen Entscheidungsträger** einen **höheren Nutzen** als die Lotterie mit 7!

→ Der ET **zieht** bei **gleichem Erwartungswert** das **sicherere Ergebnis** der Lotterie **vor**. Der Nutzen des Erwartungswerts ist größer als der Nutzenerwartungswert.

$$U(\mu) \; > \; \sum_{j=1}^{n} U(e_{ij}) * P_j \qquad (7{,}6 \; > \; 7)$$

- Das **Sicherheitsäquivalent** („**SÄ**") ist **dasjenige sichere Ergebnis**, das der ET als zur **Lotterie gleichwertig** einschätzt.

  → Der **Nutzen** des **SÄ** und der **Nutzenerwartungswert** einer **Lotterie** sind **gleich**.

$$U(e_{SÄ}) \; = \; \sum_{j=1}^{n} U(e_{ij}) * P_j$$

- Bestimmung des SÄ im Beispiel: der **Nutzen** des SÄ **muß 7** sein, ergo gilt:

  $U(e_{SÄ}) = 7$

  $\sqrt{e_{SÄ}} = 7$

  $e_{SÄ} = 49$

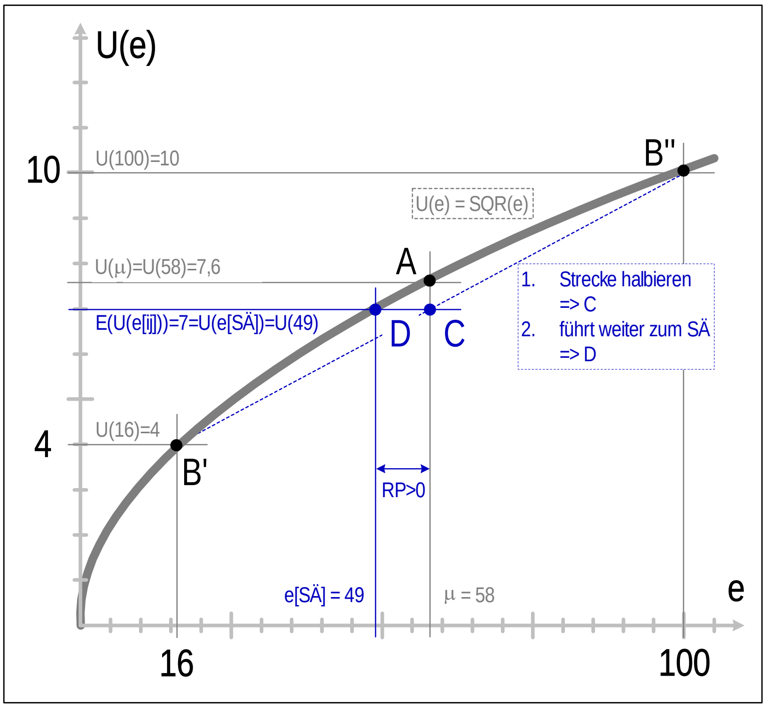
  Das **SÄ** eines **risikoscheuen ET** ist **kleiner als** der **Erwartungswert** der **Lotterie**

  $e_{SÄ}$ **<** μ $\quad$ $(49$ **<** $58)$

  Bei Risikoscheu ist die Risikoprämie („RP“) positiv

  $(\mu - e_{SÄ}) = RP > 0$ $\quad$ $(58 - 49 = 9 > 0)$

  Grafische Darstellung



- **Fall 2**: **Risikofreude** des ET

  → progressiv steigende Nutzenfunktion $U(e) = e^2$ (konvex gekrümmt)

  Frage: Wie hoch ist der **Präferenzwert** für beide **Alternativen** dann?

  Präferenzwert Lotterie $= \Phi(\text{Lotterie})$

  $= 100^2 \times 0{,}5 + 16^2 \times 0{,}5$

  $= 5128$

  Präferenzwert sicheres Ergebnis

  $= 58^2$

  $= \mu^2$

  $= 3364$

  → Die **Lotterie** hat mit 5128 also **für diesen Entscheidungsträger** einen **höheren Nutzen** als das sichere Ergebnis mit 3364!

  → Das findet sich in der **Realität sehr selten** („**Glücksspielermentalität**“)!

→ ET **zieht** bei **gleichem Erwartungswert** die **Lotterie** dem **sicheren Ergebnis vor**. Der Nutzen des Erwartungswerts ist kleiner als der Nutzenerwartungswert.

$$U(\mu) \quad < \quad \sum_{j=1}^{n} U(e_{ij}) \times P_j \qquad (3364 \quad < \quad 5128)$$

- Bestimmung des SÄ im Beispiel: der **Nutzen** des **SÄ muß 5128** sein, ergo gilt:

$$e_{SÄ}^{\ 2} = 5128$$

$$e_{SÄ} = 71{,}6$$

Typische Situationen für Risikofreude: das **SÄ** des **risikofreudigen ET** ist **größer als** der **Erwartungswert** der **Lotterie**

$$e_{SÄ} \quad > \quad \mu$$

Die Risikoprämie muß negativ sein.

$$RP = \mu - e_{SÄ} < 0 \qquad (58 - 71{,}6 = -13{,}6)$$

- **Fall 3**: **Risikoneutralität** des ET
  → Nutzenfunktion ist Gerade $U(e) = 3 + 2e$

Frage: Wie hoch ist der **Präferenzwert** für beide **Alternativen**?

Präferenzwert **Lotterie** $= \Phi(\text{Lotterie})$

$$= 203 \times 0{,}5 + 35 \times 0{,}5$$

$$= 119$$

Präferenzwert **sicheres Ergebnis**

$$= 3 + 2 \times 58$$

$$= 119$$

Nach der γ-Regel (Erwartungswert-Regel) wird das **Risiko nicht berücksichtigt** und man kommt ohne Rechnen zum gleichen Ergebnis

$$U(\mu) \quad < \quad \sum_{j=1}^{n} U(e_{ij}) \times P_j$$

$$RP = \mu - e_{SÄ} = 0$$

- Typische Situationen für Risikoneutralität: RP = 0 und das SÄ des risikoneutralen ET ist gleich dem Erwartungswert der Lotterie

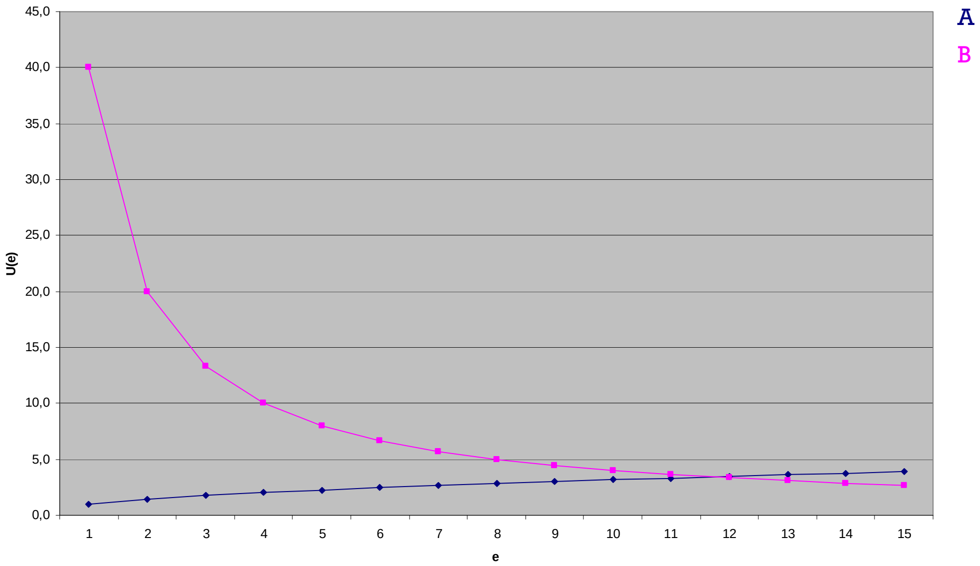
Übungsaufgabe

(ehem. Klausuraufgabe)

- Ein ET **A** handele nach der Risikofunktion $RNF = U(e) = \sqrt{e}$

  Ein ET **B** handele nach $RNF = U(e) = \frac{40}{e}$

  Es werde beiden eine **Lotterie** angeboten, bei der mit **jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit Erlöse** von **16** und **4** realisierbar seien.



- **Aufgabe 1**: Berechnung der Nutzenerwartungswerte der Lotterie für beide ET

(4 Pkte.)

ET **A**: NEW $= 0{,}5\sqrt{16} + 0{,}5\sqrt{4} = 3$

ET **B**: NEW $= 0{,}5\frac{40}{16} + 0{,}5\frac{40}{4}$

$= 1{,}25 + 5$

$= 6{,}25$

- **Aufgabe 2**: Berechnung der SÄ der Lotterie für beide ET

(4 Pkte.)

ET **A**: $\sqrt{e_{SÄ}} = 3$

$e_{SÄ} = 9$

ET **B**: $\frac{40}{e_{SÄ}} = 6{,}25$

$e_{SÄ} = 6{,}4$

- **Aufgabe 3**:
  a) Berechnung der von beiden ET geforderten Risikoprämien
  b) Bewertung der zugrundeliegenden Risikoeinstellung (isoliert)
  c) Bewertung der zugrundeliegenden Risikoeinstellung im direkten Vergleich

(6 Pkte.)

a) ET **A**: $\mu = SÄ + RP$ wobei: $\mu = 0{,}5 \times 16 + 0{,}5 \times 4 = 10$

$RP = \mu - SÄ$

$RP = 10 - 9$

$RP = 1$

ET **B**: $RP = 10 - 6{,}4$

$RP = 3{,}6$

b) ET **A**: ET ist risikoscheu, RP > 0

ET **B**: ET ist risikoscheu, RP > 0

c) **Empfindlichkeit** (Risikoscheu) von **B** ist **größer**, da RP größer ist