Martens: Übungen in der Betriebswirtschaftslehre, #08
Übung „Betriebliche Entscheidungslehre“

01.07.2005

- **Standardabweichung/ Varianz** sind ein **Maß** für das **Risiko**
- Das μ-σ-**Prinzip** ist sehr **einfach** und hat deshalb eine **große Akzeptanz**

4.2.1.2.2
μ-σ-**Dominanz und -Effizienz**

- Alternative **a_1** dominiert Alternative **a_2** hinsichtlich μ und σ, wenn gilt:

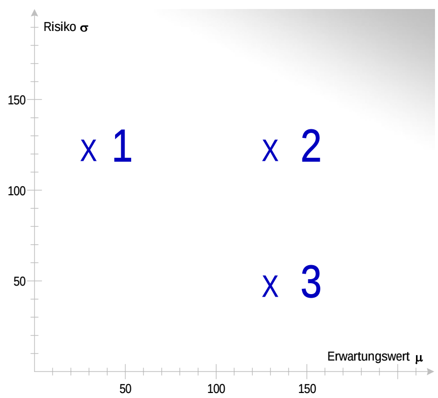
Erwartungswert $a_1 \geq$ Erwartungswert a_2 $\quad\mu_1 \geq \mu_2$
und
Standardabweichung $a_1 \leq$ Standardabweichung a_2 $\quad\sigma_1 \leq \sigma_2$
und
$(\mu_1 > \mu_2)$ oder $(\sigma_1 < \sigma_2)$

Also: **Dominanz, wenn:**
- bei gleichem σ ein höheres μ oder
- bei gleichem μ ein niedrigeres σ oder
- bei niedrigerem σ ein höheres μ

- Eine **Alternative** ist **effizient** hinsichtlich μ und σ, wenn sie von **keiner anderen** hinsichtlich μ und σ **dominiert wird**.

Der **1. Schritt bei** einem **Entscheidungsproblem** ist immer: **Dominanz prüfen**!

Beispiel:



3 dominiert 2 → 2 ist dominiert und damit nicht effizient
3 dominiert 1 → 1 ist dominiert und damit nicht effizient
2 dominiert 1 → nicht mehr relevant

ergo: **einziger dominanter Punkt ist** 3
→ 3 ist **effizient**
→ dies alles bei **risikoaversem** ET

Effizienz
bezieht sich auf Alternativenraum, nicht zwei Alternativen.

Beispielmatrix 1:

	S_1 **$P_1 = 0,5$**	**S_2** **$P_2 = 0,5$**	μ	σ
a_1	10	5	7,5	2,5
a_2	3	4	3,5	0,5
	Zustandsdominanz führt zu Überlegenheit von a_1		**Keine Dominanzaussage möglich**	

Beispielmatrix 2:

	S_1 **$P_1 = 0,5$**	**S_2** **$P_2 = 0,5$**	μ	σ
a_1	10	9	9,5	0,5
a_2	0	10	5	5
	Keine Zustandsdominanz		**μ-σ-Dominanz für a_1 gegeben**	

Die **Zustandsdominanz** ist die **strengere Regel**, also bei der Prüfung immer **damit anfangen**.

Berechnung Sigma (nicht klausurrelevant): $\sigma_1 = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} P_j (e_{ij} - \mu_i)^2}$

im Fall von **a_1** also: $\sigma_1 = \sqrt{(10-9{,}5)^2 * 0{,}5 + (9-9{,}5)^2 * 0{,}5}$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{2}{8}}$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}$$

- **Präferenzfunktion** als **Entscheidungsgrundlage**
  1. **Eliminierung ineffizienter Alternativen**
  2. Sind **mehrere Alternativen effizient**, muß eine **Auswahl** getroffen werden
     → dafür spielen **individuelle Präferenzen** eine Rolle
     → **Ermittlung** der **optimalen Alternative** durch **Gewichtung** des **Erwartungswerts** und der **Standardabweichung/ Varianz mittels** einer **Präferenzfunktion**
     z.B. $\phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - \alpha\,\sigma_i$ (Gewichtung des Risikos)
     es folgt: → wenn ET risikoscheu ist, muß α größer sein (mind. $\alpha > 0$)
     → wenn ET risikoneutral ist, ist $\alpha = 0$
     → wenn ET risikofreudig ist, muß $\alpha < 0$ gelten

4.2.1.2.3
Kritik

- **Positiv**:
  - **Einfachheit**
  - Unter best. Bedingungen gilt die **Vereinbarkeit** mit dem **Bernoulli-Prinzip** (**Rationalität**)

Negativ:

- **Informationsverlust** wg. Beschränkung auf **nur 2 Parameter**
- Das μ-σ-Prinzip kann **gegen** das **Dominanzprinzip** i.S. der Zustandsdominanz **verstoßen**

	S_1 $P_1 = 0{,}7$	S_2 $P_2 = 0{,}3$	μ	σ
a_1	0	10	3	4,6
a_2	10	40	19	13,7
	Zustandsdominanz $a_2 : \; a_2 \succ a_1$		**Keine Dominanz nach μ-σ-Prinzip**	

- Bei **Annahme** zur **Gestalt** der **Präferenzfunktion** des **risikoscheuen** ET zu

  $\phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - \alpha \, \sigma_i$

  ergibt sich

  a_1: $\phi(\mu_1, \sigma_1) = 3 - \alpha \, 4{,}6 = \phi_1$

  a_2: $\phi(\mu_2, \sigma_2) = 19 - \alpha \, 13{,}7 = \phi_2$

  Damit gibt es **kritischen Wert** bei **Gleichheit**

  $3 - \alpha \, 4{,}6 = 19 - \alpha \, 13{,}7$

  da damit bei

  $\alpha = 1{,}76$

  Indifferenz besteht, da sich also der **gleiche Präferenzwert** für **beide Alternativen** ergibt(!!)

  Bei $\alpha \geq$ **1,76** besteht **Verstoß** gegen das **Dominanzprinzip** i.S.d. Zustandsdominanz

  Beispiel:
  bei

  $\alpha = 2$

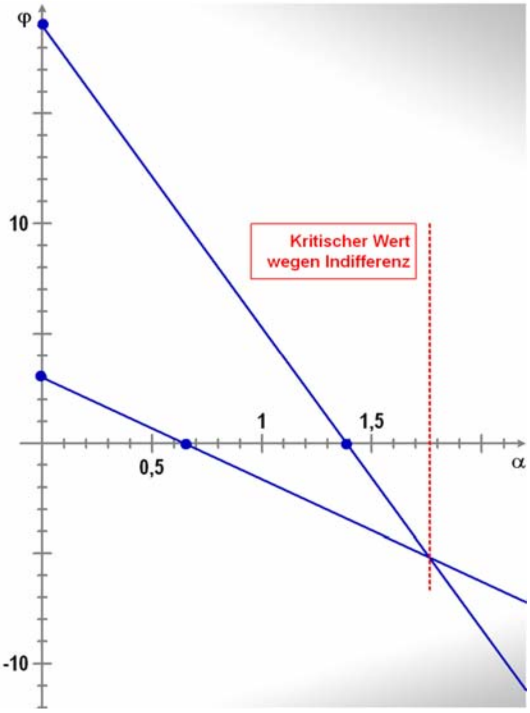
  ergibt sich

  $\phi_1 = 3 - \mathbf{2} \times 4{,}6 = -6{,}2$

  $\phi_2 = 19 - \mathbf{2} \times 13{,}7 = -8{,}4$

  was Dominanz von a_1 bedeutet

  $a_1 \succ a_2$



ergo: Je nach α kann eine völlig **falsche Entscheidung** folgen

→ **schwerwiegender Kritikpunkt** am μ-σ-Prinzip (in solchem Falle besteht **keine rationale Entscheidung**)

→ es stellt sich die Frage, **wann** das μ-σ-Prinzip **rational** und damit einsetzbar ist

→ es zeigt sich, daß dies genau **dann** der Fall ist, wenn es dem **Bernoulli-Prinzip folgt**

- **Übung**: **Risikoscheuer ET**
  Welche **Dominanzbeziehungen** gibt es?
  Angabe der jeweils **effizienten Alternativen**!

	S_1 $P_1 = 0{,}2$	S_2 $P_2 = 0{,}4$	S_3 $P_3 = 0{,}4$
a_1	10	20	5
a_2	22	4	4
a_3	10	10	4
a_4	23	8	4

Bestimmung von **Standardabweichung** und **Varianz**

	S_1 $P_1 = 0{,}2$	S_2 $P_2 = 0{,}4$	S_3 $P_3 = 0{,}4$	EW μ	σ
a_1	10	20	5	**12**	**6,78**
a_2	22	4	4	**7,6**	**7,2**
a_3	10	10	4	**7,6**	**2,94**
a_4	23	8	4	**9,4**	**7,03**

1. Prüfung **Zustandsdominanz**
   Es zeigt sich eine Zustandsdominanz von $a_1 \succ a_3$
   $a_4 \succ a_2$
   → **a_1** und **a_4** sind i.S.d. Zustandsdominanz **effizient**...
   → ...und müssen weiter untersucht werden

2. Prüfung μ-σ-**Dominanz**
   Es zeigt sich Dominanz von $a_1 \succ a_2$
   $a_1 \succ a_4$
   $a_3 \succ a_2$
   $a_4 \succ a_2$
   → **a_1** und **a_3** sind μ-σ-**effizient**

Entscheidungen:

1. **Aussonderung a_2** und **a_3** nach Zustandsdominanz
2. **Aussonderung a_4** nach μ-σ-Dominanz
3. **a_1** bleibt **übrig**

Trotzdem Entscheidung fiel, zu Übungszwecken **Anwendung der Regel** $\phi(a_i) = \mu_i - 1{,}5\,\sigma_i$

	S_1 $P_1 = 0{,}2$	S_2 $P_2 = 0{,}4$	S_3 $P_3 = 0{,}4$	EW μ	σ	ϕ
a_1	10	20	5	12	6,78	**1,83**
a_2	22	4	4	7,6	7,2	**-3,2**
a_3	10	10	4	7,6	2,94	**3,19**
a_4	23	8	4	9,4	7,03	**1,15**

→ **a_3** ist **optimal** i.S.d. μ-σ-**Kriteriums**
→ **Verstoß** gegen **Zustandsdominanz** („falsche Entscheidung“)