Martens: Übungen in der Betriebswirtschaftslehre, #08
Übung „Betriebliche Entscheidungslehre“

27.06.2005

- 2. Klausur findet am 10.10.2005, 18:55, Raum XII, statt
- Aktuelle Themen: Entscheidung bei Unsicherheit (4.1. – 4.1.2.)
  → Prinzip des unzureichenden Grundes

4.2.

Entscheidung bei Risiko
(zu unterscheiden sind klassische Entscheidungsprinzipien und das Bernoulli-Prinzip)

- Subjektive oder objektive Wahrscheinlichkeiten sind gegeben
  → Wahrscheinlichkeitsverteilung

4.2.1.

Klassische Entscheidungsprinzipien
(beachte: ein Prinzip ist keine Regel)

- **Klassisches Entscheidungsprinzip** := **Gruppe** von **Lösungsansätzen**, denen gemeinsam ist, daß jede einer **Alternative** entsprechende **Wahrscheinlichkeitsverteilung durch** eine oder mehrere **Kennzahlen charakterisiert** ist

  Entscheidungsfeld – Alternativen – Zustände
  ↑
  Wahrscheinlichkeit

- **Wahrscheinlichkeitsverteilung** := Bündel von **Ergebnis-Wahrscheinlichkeits-Paaren**
- **Entscheidungsprinzip** := **Entscheidung** hat sich an diesen **Kennzahlen** zu **orientieren**; es bleibt aber **offen**, in **welcher Weise** das geschehen soll
- **Entscheidungsregel** := **Entsteht** erst **bei Konkretisierung** (z.B. durch Angabe von Gewichtungsfaktoren; vgl. Hurwicz)

4.2.1.1.

Erwartungswertprinzip („μ-Prinzip“, „Bayes-Regel“)

- Das **Erwartungswertprinzip** ist eine **Durchschnittsbetrachtung**
  → der **mathematische** Erwartungswert ist maßgeblich
    → Erwartungswert über die Ergebnisse
    bei einer Alternative, P von Probability:
    gewichteter Durchschnitt = Erwartungswert = $\mu_1 = E(e_{ij}) = \sum_{j=1}^{n} P_j \times e_{ij} \qquad (\forall i)$
  → es wird also mit der **Eintrittswahrscheinlichkeit gewichtet**
  → Entscheidungsregel: Optimal ist die Alternative, bei der μ maximiert wird
  → Es **fehlt** völlig die **Risikobewertung (!!)**

Beispiel

P	S_1 0,2	S_2 0,2	S_3 0,3	S_4 0,3	Erwartungs-wert μ_1
a_1	10	-50	40	100	34
a_2	30	10	20	50	29

1. Gibt es **Dominanzbeziehungen**?
   → **Nein**

2. a_2 ist relativ **gleichförmig**
   a_1 ist stark **gestreut**
   → hoher Verlust, hohes Risiko

- Daniel Bernoulli[1]: **Petersburger Spiel** von 1732 (Münze werfen, bis „Kopf“ fällt)
  → Daniel Bernoulli war Dozent in Petersburg

---

[1] **Daniel Bernoulli** (* 8. Februar 1700 in Groningen; † 17. März 1782 in Basel) war ein Schweizer Mathematiker und Physiker. Er arbeitete mit Leonhard Euler an den Gleichungen, die ihre Namen tragen. Der Bernoulli-Effekt ist von überragender Bedeutung in der Aerodynamik.
Bernoulli war der Sohn des Mathematikers Johann Bernoulli und dessen Ehefrau Dorothea Falkner. Der Mathematiker Nicolaus Bernoulli war sein Bruder, der Mathematiker Jakob Bernoulli (1655-1705) sein Onkel. Mit fünf Jahren kam Bernoulli zusammen mit seiner Familie nach Basel.
Ab seinem 16. Lebensjahr studierte Bernoulli in Basel Medizin und wechselte 1718 nach Heidelberg. Nach einem Aufenthalt 1719 in Straßburg kehrte Bernoulli nach Basel zurück. Dort promovierte er im darauffolgenden Jahr zum Dr. med. Da von keiner Universität ein Ruf an ihn erging, unternahm Bernoulli 1723 eine Studienreise nach Venedig, um sich dort beim Stadtphysikus Pietro Antonio Michelotti weiterzubilden. Während seiner dortigen Assistenz machte Bernoulli Bekanntschaft mit dem Pharo-Spiel.
Mit einem Büchlein über dieses Kartenspiel debutierte er als Mathematiker, und mit Arbeiten über die Riccati-Gleichung wurde er europaweit bekannt. 1725 wurde Bernoulli zusammen mit seinem Bruder Nicolaus Bernoulli an die Akademie der Wissenschaften nach St. Petersburg berufen. Stadt, Land und Arbeitsplatz gefielen Bernoulli überhaupt nicht, und so nahm er 1733 seine Erkrankung zum Anlaß für seine Heimreise. Er kehrte nach Basel zurück und lehrte an der Universität bis an sein Lebensende. 1733 übernahm er den Lehrstuhl für Anatomie und Botanik und wechselte zehn Jahre später auf einen Lehrstuhl für Anatomie und Physiologe. Aber 1750 erfüllte sich dann Bernoullis Traum, als man ihn mit dem Lehrstuhl für Physik betraute.
Offenbar hatte er eine schlechte Beziehung zu seinem Vater gehabt. Als beide an einem wissenschaftlichen Wettbewerb der Akademie der Wissenschaften in Paris teilnahmen und sich den ersten Platz teilten, wurde Daniel von seinem Vater verstoßen, da dieser nicht die „Schande“ ertragen konnte, mit seinem Sohn verglichen zu werden. Insgesamt gewann Bernoulli zehnmal diesen Preis. 1738 veröffentlichte er sein Hauptwerk Hydrodynamica. Dieses Buch versuchte sein Vater, Johann Bernoulli, ihm zu stehlen und es in Hydraulica umzubenennen. Trotz Daniels Versöhnungsversuchen hegte der Vater seinen Groll bis zu seinem Tod.
Sein frühestes mathematisches Werk war das 1724 veröffentlichte Exercitationes, das eine Lösung der von Jacopo Riccati vorgeschlagenen Riccati-Gleichung enthielt. Zwei Jahre später wies er das erste Mal auf die oftmals gewünschte Zerlegung einer zusammengesetzten Bewegung in Translations- und Rotations-Bewegungen hin. Der Aufbau ähnelt Lagranges Méchanique Analytique, da alle Ergebnisse als Konsequenz eines einzigen Prinzips erscheinen, in diesem Fall der Energieerhaltung.
Ihm folgte eine Denkschrift über die Theorie der Gezeiten, für die er – zusammen mit den Schriften von Euler und Colin Maclaurin – einen Preis der Französischen Akademie erhielt. Diese Schriften enthalten alles, was zu diesem Thema zwischen der Veröffentlichung von Isaac Newtons Principia und den Forschungen von Laplace erarbeitet wurde.
Bernoulli schrieb auch eine große Zahl von Artikeln über verschiedene mechanische Fragen, insbesondere über Probleme im Zusammenhang mit schwingenden Saiten und die von Brook Taylor und d'Alembert gegebenen Lösungen.
Er ist der erste, der eine kinetische Theorie der Gase zu formulieren versuchte, und wendete sie an, um das Boyle-Mariotte-Gesetz zu erklären, das mit den Namen von Robert Boyle und Edme Mariotte verbunden ist.
Im Alter von 82 Jahren starb Prof. Dr. Daniel Bernoulli am 17. März 1782 in Basel.

Definition des Spiels

Ergebnisse	**K**	**ZK**	**ZZK**	
Gewinner	$2^1 = 2$ GE	$2^2 = 4$ GE	$2^3 = 8$ GE	**. . .**
Wahrscheinlichkeit	0,5	0,25	0,125	

Z = „Zahl" fällt, K = „Kopf" fällt, GE = Geldeinheit

Die Frage ist, **wieviel** jemand **für ein Spiel** zu **bezahlen** bereit ist

$\mu = 2 \times 0{,}5 + 4 \times 0{,}25 + 8 \times 0{,}125 + \ldots = \infty$

→ **Erwartungswert** ist ∞; der Spieler könnte also sein **ganzes Vermögen** einsetzen, wenn er der Methode vertraute

4.2.1.2.
Das μ-σ-Prinzip

4.2.1.2.1.
Charakterisierung

Es fehlt eine Größe, die die Streuung/ Verteilung der Ergebnisse widerspiegelt

- **Varianz** = σ^2 pro Alternative („Maß für die Größe der Abweichung einer Zufallsgröße von ihrem Mittelwert")

  $= \sum_{j=1}^{n} P_j (e_{ij} - \mu_i)^2$ → Messung der Abweichung jeden Ergebnisses vom Erwartungswert („Risiko" wird als Schwankungsbreite nach oben/ unten verstanden)

  → je **höher** die **Varianz**, desto **höher** das **Risiko** (Erwartungswert-Varianz spiegelt **Risk-Return-Beziehung** wider)

- **Standardabweichung** („Streuung", „mittlere Abweichung")

  $= \sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} P_j (e_{ij} - \mu_i)^2}$

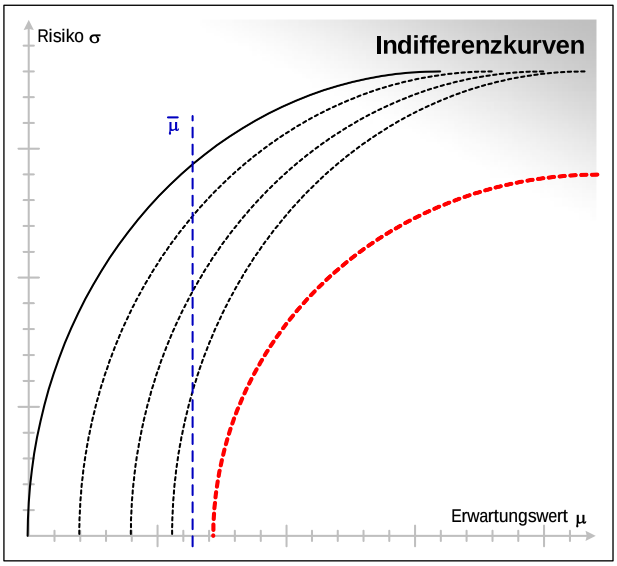
- μ charakterisiert das mittlere Ergebnisniveau bzw. den mittleren Zielerreichungsgrad
  σ charakterisiert das Risiko, wird also als Risikomaß verstanden
  → **Präferenzfunktion** = $\Phi(\mu,\sigma)$

- **Risikoaverser** ET: (Normalfall) ET wählt von **zwei beliebigen Alternativen** mit **demselben Erwartungswert** der Zielgröße jene mit der **kleineren Standardabweichung**; ein risikoaverser ET wird also gedanklich **Abweichungen nach unten schwerer** gewichten.

  → die am weitesten **rechts liegende Kurve** ist die **beste** für den ET

  → wenn die Kurve **flacher** verläuft, hat der **besonders risikoscheue** ET sehr viel **mehr Erwartungswertzuwachs** für eine geringe **Steigerung** des **Risikos**

  → Frage ist **nicht, ob** jemand **risikoscheu** ist, sondern **in welchem Maße**



„**Risikoscheu**“ heißt nicht, **kein Risiko** einzugehen, sondern, daß **höhere Risiken überproportional** ausgeglichen werden müssen

Bei gegebenem μ empfindet ein **risikoaverser ET** ein Mehr an **Risiko** als **nachteilig**

→ die **Indifferenzkurve** liegt dann **weiter rechts**

Jede zusätzliche Einheit **Risiko fordert Ausgleich** über ein höheres μ

Risikofreude

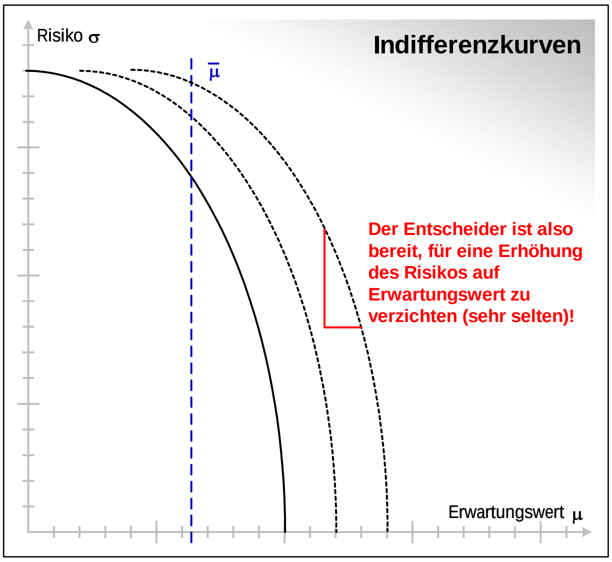
ET wählt von **zwei beliebigen Alternativen** mit demselben Erwartungswert jene mit der **größeren Standardabweichung**

→ **Risiko** wird **positiv** bewertet

- Bei gegebenem μ empfindet ein **risikofreudiger ET** ein Mehr an **Risiko** als **vorteilshaft**

  Je weiter **rechts** die Kurve liegt, desto **größer** ist das **Nutzen-Risiko-Verhältnis**

  Ein **Mehr** an **Risiko** wird durch **niedrigeres** μ erkauft



- Es gibt den **Grenzfall** der **Risikoneutralität** (ET ist „**risikoindifferent**“) – das bedeutet, bei **zwei beliebigen Alternativen** mit **demselben Erwartungswert** der Zielgröße ist es dem ET egal, ob er diejenige mit dem höheren oder dem niedrigeren Risiko wählt

  → dafür paßt die Entscheidung **ausschließlich** nach dem **Erwartungswert** („μ-Prinzip“)